La lógica que aprendimos*

(The logic we have learned)

Enrique ALONSO y Hubert MARRAUD

RESUMEN. Este trabajo constituye una revisión de los contenidos, orientación y objetivos de una parte significativa de los manuales de lógica elemental de las décadas de 1960 y 1970 redactados por autores españoles. En concreto, analizamos los *prólogos,* los *rudimentos previos*, y la presentación de los distintos *cálculos* que aparecen en tales obras. El estudio de la semántica, los contenidos metateóricos o las extensiones de la lógica elemental quedan para una segunda etapa de esta investigación.

Descriptores. Historia de la lógica, enseñanza de la lógica en España, lógica elemental.

ABSTRACT. *This work is a critical examination of contents, orientations and goals of a significative portion of elementary spanish logic textbooks in the 60's and 70's. It is centered on an analysis of prefaces, preliminaries and the different kinds of calculi appearing in these books. Topics, like semantics, metatheory or extensiones of elementary logic, are left for further analysis.*

Keywords. *history of logic, logical education in Spain, elementary logic.*

1. Un tiempo para la Historia.

Un síntoma de la madurez de una comunidad científica es su capacidad para mirar y entender su propia historia sin complejos ni culpas. Esta es una de las razones por la que nos hemos propuesto volver a echar un vistazo a los *manuales* en los que un día aprendimos lógica con ánimo de reconocer en ellos algunos de los rasgos que en la actualidad caracterizan nuestra identidad.

No es un esfuerzo meramente historiográfico porque muchos de los manuales de los que aquí hablamos aún figuran en las bibliografías de multitud de cursos de lógica. Son de hecho nuestros alumnos quienes de forma insistente nos han hecho notar que entre aquello que hoy se explica en las aulas y lo que figura en los manuales recomendados no siempre hay acuerdo.

Estas páginas son parte de un proyecto más amplio en el que no sólo se analizan los manuales elementales de autores españoles. Aunque durante algún tiempo las traducciones formaron parte importante de las obras de referencia; no hablaremos de ellas aquí. También dejamos por ahora el estudio de las escasas monografías especializadas que se han ido editando –determinantes en la adquisición de cierto sentimiento de madurez en nuestra comunidad-, y de otras obras de lógica dirigidas a comunidades no filosóficas –estudiantes de informática, lingüistas, etc. Las formas de organización, los medios de difusión de que nos hemos –o no nos hemos- dotado y nuestros referentes nacionales e internacionales son parte de ese estudio en el que también se

* Los profesores José Luis Zofío y Julio Armero nos proporcionaron algunos de los manuales comentados en el texto. También nos fueron de mucha ayuda sus comentarios y los del profesor Javier Ordóñez. La atenta lectura del Profesor Luis Vega merece especial mención ya que algunas de sus observaciones fueron finalmente incluidas en este ensayo. Otras quedan pendientes para trabajos posteriores. Finalmente, este artículo se ha beneficiado considerablemente de las observaciones de los dos informantes de *Theoria.* Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología, proyecto BFF2000-1273-C04-02.

atiende a la evolución de los planes de estudio y las estructuras académicas de nuestro pasado más reciente. Puesto que por algo hay que empezar, nos centraremos en los manuales básicos de autores españoles editados en castellano y con un impacto significativo en las bibliografías de cursos introductorios de lógica en la Universidad española de las últimas décadas. Además, y por razones de espacio, en este artículo nos limitaremos a los manuales de las décadas de 1960 y 1970, quedando los más recientes para una segunda entrega (La lógica que enseñamos).

2. *El difícil juego de las etapas.*

La selección de las obras a estudiar depende en mucho de nuestro *juicio experto* y, por tanto, no se puede considerar la división en etapas que proponemos como el resultado de un estudio sistemático.

El primer periodo en que puede dividirse la producción de manuales de lógica en España se inicia a mediados de 1950 y finaliza en torno a 1970. Las obras que hemos seleccionado de este periodo son las de Ferrater-Leblanc (1955), Sacristán (1964) y Mosterín (1970). Se trata de obras que sus autores conciben como hitos en la *introducción* de la lógica contemporánea en nuestro país. Por eso nos referimos a este periodo como el de los *Introductores*.

En la siguiente etapa aparecen dos de las obras que más han influido en nuestra formación y en la de muchos de nuestros colegas. Nos referimos a las lógicas de Deaño y Garrido, cuyas primeras ediciones ven la luz en 1974. La personalidad de estos autores y la difusión de sus obras permiten hablar de un *Periodo Clásico*. Muchos de los episodios que dan como resultado la comunidad a la que hoy pertenecemos tienen su origen entonces.

Por la vigencia de estas dos obras, que abarcaría desde la fecha de su publicación hasta mediados de la década de 1980, el siguiente periodo sólo puede interpretarse como una *Etapa de Transición*. Esta se inaugura con la publicación en 1985 de la obra de Quesada, que es el único manual nuevo que aparecerá hasta 1998[2]. Esto no significa que estemos ante un decaimiento del interés por la lógica, que durante este periodo llega a gozar de una popularidad y aceptación que permitirían hablar de una auténtica época dorada. El número de cursos de especialidad y tesis doctorales dedicados al análisis de diversos aspectos de la lógica contemporánea que ven la luz en aquellos años confirman esta impresión. Es, además, el momento en que empiezan a publicarse las primeras monografías dignas de tal nombre. Las primeras obras de teoría de modelos, teoría de conjuntos, o lógica modal producidas desde las estructuras académicas españolas datan de entonces. La escasez de nuevos manuales básicos se debe, seguramente, a la sensación de vacío producido en áreas más especializadas y a la impresión de que el nicho de las introducciones ya estaba dignamente cubierto.

En el último periodo hay un renacimiento del interés por los manuales básicos. El primero de ellos, de 1998, es el de Badesa, Jané y Jansana mientras que el segundo lo

[2] Aunque, como nos ha señalado uno de los informantes de Theoria, la Teoría de Modelos de María Manzano (1989), podría considerarse como una introducción a la lógica de primer orden, preferimos incluirla en el apartado de monografías.

publican Falguera y Martínez un año después[3]. En ambos hay componentes que permiten hablar de una *Nueva Ola* motivada por la necesidad de responder a los retos que suscita la problemática ubicación de la lógica elemental en el currículum de la licenciatura en Filosofía. Son obras de autores plenamente formados en los estándares contemporáneos y que participan en la investigación especializada en distintas facetas de la lógica actual. Basta, sin embargo, un vistazo para saber que su orientación es distinta, y quizá también su posición ante el papel de la Lógica en la formación superior. El hecho, con independecia de las diferencias, es que plantean una renovación de los manuales tenidos hasta ahora como clásicos, planteando lo que parece un genuino recambio generacional.

En lo que sigue nos ocupamos casi exclusivamente de los dos primeros periodos, por lo que no vamos a servirnos de esta clasificación que, como ya hemos dicho desde un principio, sólo supone una ficción conveniente. Su presentación nos ha permitido situar los manuales elegidos aquí en lo que nos parece un contexto cronológico adecuado. Somos conscientes de haber dejado fuera obras que muchos creerán con todo el derecho a figurar en este estudio. Sin embargo, no nos hemos propuesto esta investigación como una *noticia de autores célebres*, por lo que nadie debe sacar de ello consecuencia alguna. Las obras elegidas son las que a nuestro entender resultan más representativas de las bibliografías de lógica elemental que han venido circulando estos últimos años por las universidades españolas y sólo como tales han de considerarse.

En las siguientes secciones hablaremos de los *Prólogos y Prefacios*, dedicaremos un espacio a los *Rudimentos previos* y ofreceremos una introducción al estudio pormenorizado de los diversos sistemas formales, intentando entender las razones de que en su día tuviéramos que invertir tanto tiempo y esfuerzo en ejercitarnos con problemas de muy escaso interés formal y epistemológico. Dicho de otra forma, intentaremos recordar por qué llegamos a identificar corrección y pericia con la sistemática elección del camino más complicado.

También podríamos haber incluido el estudio de la *Metateoría*, el de las *Técnicas Modelistas (semántica)* o las diversas noticias que se ofrecen de las *Extensiones de la Lógica elemental*, pero hemos preferido por el momento sacrificar estos contenidos ganando así espacio para los restantes.

3. Prólogos y prefacios.

Todos sabemos qué cabe esperar del Prólogo de un manual de lógica. No puede faltar una apología de la claridad, concisión y rigor que caracterizan esta disciplina – innecesaria ya que nadie presentaría su contribución como ejemplo de lo contrario. También es el lugar donde se depositan sutiles mensajes en forma de agradecimientos o se ofrecen consejos de lectura que en ocasiones adoptan la forma de complejos organigramas imposibles de seguir. Además se pueden encontrar contenidos menos triviales como declaraciones ideológicas y doctrinales, o la exposición del estilo y destinatarios de la obra. Es en este apartado donde empezamos a encontrarnos con el

[3] Cuando estábamos escribiendo el artículo aparecieron otros dos manuales, el de Díez Calzada y el de Zalabardo (publicado primero en inglés en el 2000).

natarios de la obra. Es en este apartado donde empezamos a encontrarnos con el *hecho diferencial* de la lógica en España.

La generosa historia de nuestro país tiene a bien no dejar a nadie huérfano de herencias con las que iniciarse en la vida. Esto explica la imagen que durante algún tiempo acompañó a los primeros practicantes de la lógica y según la cual, la apología o el simple respeto por esta nueva disciplina suponía ser incluido entre las múltiples variantes de oposición al Régimen. No creo que nadie pueda negar el papel que la lógica desempeñó en la renovación de las humanidades en España. Su propia definición hacía de ella un candidato idóneo. Una disciplina rejuvenecida, nueva en realidad, investida de la autoridad que proporciona la adopción del rigor y metodología científicos, y que se presenta como el reemplazo de la vieja lógica tradicional de filiación tomista, constituía un referente demasiado obvio para no atraer sobre sí diversas expectativas.

Si buscamos un texto en el que fundamentar esta impresión, descubriremos que las cosas son mucho más matizadas. Sólo en la obra de Deaño se hace referencia a los "medievales" como enemigos natos de la moderna lógica (Deaño I, pp. 11, 12). Pero se hace en un contexto en el que sólo aparece como acompañante de otro enfrentamiento de mayor cuantía: el que se establece con los "dialécticos", a los que en la nota al segundo volumen de su obra se ve instalados en una suerte de "flojera pseudoprogresista". El aparente compromiso ideológico que la lógica adquiere en este periodo no constituye una vestimenta en la que la comunidad se sintiera plenamente a gusto. Parecía tratarse, más bien, de un pacto a regañadientes en el que la lógica, junto con muchos otros enfoques filosóficos, fundamentalmente el marxista, se vio envuelta por unas circunstancias históricas muy concretas. Pero nadie parecía perder la ocasión de marcar las diferencias corriendo a señalar con el dedo al enemigo natural en los venideros tiempos de paz.

De un modo u otro todas las obras editadas en el periodo 1955-1975 contienen algún tipo de compromiso ideológico difícil de extrapolar a nuestros días. Si Deaño representa el ejemplo más claro de toma pública de posición, la obra más aséptica es la de Mosterín (1970), con un prólogo de carácter exclusivamente técnico. Los manuales de Ferrater-Leblanc y Garrido ocupan una posición intermedia. En ambos se recurre a una figura retórica de cierto éxito: la del pensador-filósofo del siglo XX. Este nuevo personaje no puede permitirse ya prescindir de una herramienta conceptual del valor de la lógica. El intento de ofrecer una justificación instrumental para el estudio de la lógica caracteriza una posición sobre cuyo éxito o fracaso habría mucho que decir, pero cuyo inicio sin duda se encuentra aquí. Una versión peculiar de este mismo enfoque es la de Sacristán. Es difícil caracterizar su posición ideológica, pero sin duda existe. Su preocupación fundamental parece ser impedir que la lógica pueda entenderse como una investigación a priori capaz, en tierras tan proclives a ello, de reproducir los peores males de la Escolástica. De ahí su cuidado por mantener la prioridad de las ciencias positivas y el difícil papel asignado a la lógica, convertida a la vez en herramienta de análisis conceptual y profunda crítica de fundamentos.

El punto de inflexión dentro de esta suerte de compromiso ideológico llega de la mano de la obra puente de Quesada. Es este autor el primero que manifiesta los efectos negativos que la inmersión de la Lógica en la vida sociopolítica del país supone para su desarrollo al introducir tendencias terminológicas manifiestamente forzadas[4]. Su impresión general se resume perfectamente en estas palabras: "... no debemos seguir las banderas más allá de la sensatez, ni permitir que las nuevas generaciones combatan en viejas guerras" (Quesada, p.3). La fecha de la obra, 1985, nos informa del resto. Sin embargo, ni siquiera entonces era fácil sustraerse al hábito de la crítica, aunque el destinatario es ahora el propio medio universitario, aún ignorante de los nuevos avances científicos y con un nivel en general "mediocre".

Las obras que pertenecen ya de forma clara a la nueva etapa manifiestan el proceso de normalización de nuestro país por la ausencia apenas sentida de este tipo de denuncia tan propia de etapas anteriores. Puesto que nadie esperar ver en un manual de lógica pronunciamientos más propios de la acción política cotidiana que de la tarea del científico, nadie se extraña de su ausencia: sencillamente se trata de un órgano ya, y por fortuna, sin función.

Si bien ahora no encontramos nada que suceda al componente ideológico que venimos comentando, tampoco es cierto que esto se traduzca en una total ausencia de motivaciones generales. Todavía hay problemas capaces de aportar calor y viveza a los prólogos. Se trata de la búsqueda del lugar propio de la lógica y de un estilo que consiga hacer que el lego entienda nuestro entusiasmo por ella. La diferencia con el pasado es que ahora combatimos con nuestras propias fuerzas, olvidadas ya causas comunes y alianzas de coyuntura. Las obras de Falguera-Martínez y Badesa-Jané-Jansana son ejemplos de ello. La preocupación pedagógica, sobre todo del primero de estos manuales, muestra la existencia de un problema: la lógica es una disciplina sometida a tensiones a causa de su ubicación, contenido, orientación, etc.

4. Rudimentos previos.

Una característica de los manuales de lógica es la presencia de algún capítulo inicial –o de un apéndice- donde se ofrecen herramientas que el autor considera básicas para poder *entrar en materia*. Es sabido que esta disciplina es mejor digerida cuando se demora la exposición cruda de sus contenidos. Si se debe a su compleja ubicación curricular es algo que no corresponde analizar ahora, pero parece una explicación muy probable de la considerable resistencia a entrar sin más en la explicación de sus contenidos.

La primera conclusión que se obtiene del repaso de este tipo de preámbulos es la existencia de dos escuelas muy distintas. Una, que podríamos llamar *conceptual*, y otra de carácter *instrumental*. Esta última entiende que lo único necesario para iniciarse con éxito en la lógica es un buen recorrido por los fundamentos de la teoría elemental de conjuntos. El principal representante de esta tradición es el manual de Badesa *et al.* que dedica casi un tercio de su extensión a este preámbulo, por lo que sus autores lo consideran explícitamente como una de las tres partes del manual. Existe un antecedente más ecléctico, la obra de Quesada, que añade como apéndice una serie de materiales

[4] Se refiere en este caso al uso de los términos "lógica filosófica" y "lógica matemática" que adquieren, por la necesidad de tomar distancia con respecto a la "lógica aristotélico escolástica" campos que no son los habituales en los foros científicos internacionales.

que recuerdan en algo a lo que, con mucha mayor extensión, se hace en la obra de Badesa *et al.* Parece, aunque no se desprenda sólo de la existencia de los dos casos mencionados, que hay cierta propensión entre los autores procedentes del ámbito catalán a seguir esta línea, menos perceptible en el resto de las universidades españolas.

El comentario de la tradición conceptual llevará algo más de tiempo, ya que es aquí donde con más claridad se pueden apreciar algunas de las dificultades con las que se inició la difusión de la lógica en nuestro país. Aquellos manuales que siguen esta línea entienden que lo fundamental para adentrarse en la lógica es la correcta comprensión de una serie de *conceptos* de constante aplicación. Las nociones de argumento, enunciado, esquema, de las categorías de variable y constante lógica, o la idea general de corrección argumental están presentes en todos ellos e ilustran bastante bien lo que se quiere decir con *tradición conceptual.* Resulta algo más llamativa la inclusión de una serie de tópicos procedentes de otras tradiciones o disciplinas que se incluyen aquí como medio de situar *correctamente* los objetivos y medios de la lógica moderna.

El caso más ilustrativo de esta importación conceptual es la conocida división tripartita de la semiótica en *sintaxis, semántica* y *pragmática*. Su utilidad para el estudio de la lógica se justifica por un principio aún más general, lo que bien podríamos llamar la *metáfora lingüística*. Como los sistemas formales definen su lenguaje y operan con sus entidades (o fórmulas) según ciertas reglas, el estudio de estos sistemas parece caer bajo el alcance de la teoría general del los signos o *semiótica.* Es fácil reconocer otros ejemplos de este modelo según el cual las categorías útiles para explicar y entender el lenguaje ordinario lo son también para analizar los contenidos de la lógica.

La división de la semiótica aparece en los preámbulos de al menos tres obras del periodo 1955-1975: los manuales de Ferrater-Leblanc, Sacristán y Deaño. El principal problema de la tricotomía *sintaxis/semántica/pragmática* es la considerable dificultad para hacer corresponder fragmentos íntegros de la lógica con cada una de esas divisiones. Por ejemplo, ¿qué caería bajo el alcance de la *sintaxis lógica*? Ferrater y Leblanc apuntan en un primer momento a lo que en la actualidad denominaríamos *gramática lógica*. Es decir, la construcción de un lenguaje formal mediante reglas de formación y las nociones resultantes. Sin embargo, así entendida, la sintaxis no se opone a la semántica como debería según la metáfora lingüística. Lo que en lógica corresponde a la semántica de los lenguajes ordinarios es todo aquello que tiene que ver con la noción de verdad –que es el significado de una fórmula en un análisis lógico- y por tanto, debería concluirse que aquello que se opone en la sintaxis a la noción lógica de verdad es la noción de fórmula bien formada, algo que no representa en absoluto el equilibrio conceptual propio de la lógica. La solución de estos autores consiste en incluir en el apartado de la sintaxis lógica todo lo relacionado con el desarrollo de los sistemas deductivos (cálculos) hasta introducir la noción de *teorema*, alcanzando así un equilibrio menos precario.

Es probable que esta transposición conceptual entre lógica y semiótica sea el origen de la marcada tendencia nacional a dividir el estudio de los sistemas formales en los apartados de *sintaxis* y *semántica*, o a hablar de la existencia de un tratamiento sintáctico de la consecuencia lógica en oposición a otro semántico. Así, en lugar de manuales de teoría de la demostración parece que deberíamos hablar de manuales de sintaxis lógica o que bastaría hablar de semántica para referirse a los contenidos de la teoría de modelos.

Las confusiones asociadas al uso del modelo semiótico son claras. Mezclar en la sintaxis las nociones de fórmula bien formada y teorema es una consecuencia del todo indeseable que lleva, además, a formas de expresión harto confundentes:

> ... a la lógica *le interesa* que la sintaxis y la semántica coincidan en lo posible; la lógica desearía que todos los enunciados bien formados –es decir, sintácticamente correctos- tuvieran sentido –es decir, fueran semánticamente buenos-, y desearía asimismo que la inversa fuera verdadera [...] hoy se sabe, a ciencia cierta, que el ideal de coincidencia de sintaxis y semántica es inalcanzable incluso en lógica (Deaño, p.45)[5]

Otro grave error derivado de la aplicación del paradigma semiótico es la introducción de grados de formalidad que hacen que la sintaxis parezca poseer un mayor rigor que la semántica, y que ésta mejore en mucho la situación de la pragmática. Ferrater y Leblanc lo expresan así:

> La semántica estudia los signos en su relación con los objetos designados. La semántica opera, pues, en un nivel menos abstracto y formal que la sintaxis. [...] La pragmática estudia los signos en su relación con los sujetos que los usan. [...] La pragmática opera, pues, en un nivel menos abstracto y formal que la sintaxis y la semántica. (Ferrater y Leblanc, p. 18)

Estas palabras, pronunciadas en directa referencia al objeto de la lógica, serían en la actualidad difícilmente aceptables. ¿Acaso la teoría de modelos es menos formal o rigurosa que el resto de las ramas de la lógica? ¿Qué se quiere decir, en realidad, con afirmaciones tan rotundas? ¿Podrían estar reflejando las tendencias iniciales de la lógica moderna en las que primaba la discusión de los cálculos sobre la de sus modelos? Algo así parece sugerirse cuando se afirma más adelante que la dimensión semántica de la lógica ha sido menos estudiada que la sintáctica. Sin embargo, una lectura atenta del texto muestra que el problema parece residir en las dudas de estos autores acerca del modo en que las constantes lógicas pueden ser consideradas como un certero análisis del significado de las correspondientes partículas del lenguaje ordinario –esto es, "o", "y", "si…entonces", "no" y todas aquellas que podamos considerar a su mismo nivel. Se da a entender (cfr. cap. VIII, secc. 46 y 47) que el significado que compete a la lógica es aquel que hoy asociamos a la interpretación material o informal de una partícula lógica. Sólo así se entiende que se afirme que

> El segundo y último paso en la interpretación de un cálculo dado consiste en asignar *significata* o significaciones a sus constantes. (Ferrater, Leblanc; p.297).

No es de extrañar pues que en los lenguajes ordinarios se indiquen problemas similares a los de la semántica, ya que lo que aquí se propone no es sino convertir en materia propia de la teoría de modelos lo que son asuntos característicos de la filosofía de la lógica –por ejemplo, cuál sea la interpretación formal más adecuada de una cierta partícula del castellano asociada a una cierta función lógica.

Hemos dejado para el final el caso de la *pragmática* por ofrecer una de las razones más claras para rechazar el uso de la tricotomía semiótica. Porque, ¿en qué consiste la pragmática de la lógica? Ninguno de los autores mencionados parece tener una idea de

[5] Se cita por la edición de 1978, puesto que en las ediciones de 1974 y 1975 este párrafo no aparece.

qué cabe encontrar bajo ese rótulo[6]. Se observa, simplemente, un suave desvanecimiento del tópico que conduce a la rápida introducción de algún otro asunto de mayor cuantía.

La metáfora lingüística, que tantos problemas nos diera en nuestros primeros pasos como estudiantes, no sólo se nutre de la estructura interna de la semiótica. Otro de sus contenidos predilectos proviene de la dicotomía *lenguaje objeto/metalenguaje* o de su variante *uso/mención*. La presencia de estos conceptos en ciertos resultados fundamentales de la lógica moderna –los teoremas de incompletitud de Gödel o la jerarquía tarskiana de lenguajes- ha hecho que trasciendan los límites de la lógica hasta incorporarse al vocabulario de lingüistas o filósofos de las más variadas filiaciones. En casi todos los manuales que hemos estudiado hay alguna referencia a estos términos. La mayoría lo hacen en el apartado preliminar dedicado a los rudimentos, razón por la que abordamos su comentario en este punto. ¿Por qué es tan importante contar con las categorías de lenguaje objeto y metalenguaje para iniciarse en el estudio de la lógica? Una justificación obvia es el necesario uso de símbolos metalingüísticos para introducir los conceptos principales de cualquier sistema formal. ¿Cómo si no puede presentarse la noción de fórmula bien formada o alcanzarse la generalidad requerida para formular reglas de inferencia o cláusulas semánticas para las constantes lógicas? Es obvio que sin letras esquemáticas resulta imposible. Pero, ¿es este el contexto en el que se produce la discusión en torno al lenguaje objeto y el metalenguaje de la lógica? Normalmente no. Deaño, Ferrater-Leblanc y Falguera-Martínez coinciden en introducir tales distingos sobre el lenguaje ordinario mostrando con insistencia el modo en que el entrecomillado permite pasar del *uso* de una expresión a su *mención*. Las dos últimas obras añaden además sendas referencias a la presencia de esta diferencia en la tradición medieval a través de la *suppositio formalis* y la *suppositio materialis*.

Aunque puede que en lo que sigue pese mucho nuestra biografía, hay que reconocer que aquel modo de plantear las cosas produjo en muchos una extraña sensación por lo que hace al uso de recursos metalingüísticos en lógica. Lo primero que hubimos de aprender es que el *metalenguaje* de la lógica era el lenguaje ordinario, con lo cual la cadena iterable formada por el par lenguaje-objeto/metalenguaje no parecía tener aplicación. Sin embargo, la tendencia a mantener la metáfora lingüística era tan fuerte que llegaba a sugerirse una cierta iterabilidad de ese par en el dominio de la lógica. Así se aprecia en la definición de *lógica* que ofrece Sacristán, que abarca dos posibles sentidos del término:

a) El sistema de signos lógicos que, según apuntábamos antes, está en la base de todo discurso;

b) La serie de metalenguajes en los que puede hablarse de dichos signos lógicos (Sacristán, p.17)

Que Sacristán considere que b) es propiamente el dominio de la *metalógica* añade otro elemento de confusión que muchos aún recordamos. ¿Dónde termina la lógica y dónde empieza la metalógica? Si la metalógica se ocupa de toda referencia a expresiones

[6] Pueden encontrarse alusiones a una pragmática lógica en la bibliografía de una disciplina, diferenciada de la lógica matemática o formal, conocida como lógica informal.

del lenguaje objeto de la lógica, entonces ni las definiciones gramaticales, ni las reglas de inferencia, ni las cláusulas semánticas son lógica, son metalógica. ¿Qué le queda, entonces, a la lógica propiamente dicha? Quizá, como algunos llegamos a pensar, el estrecho margen en el que se procede a derivar fórmulas a partir de otras siempre que éstas pertenezcan al lenguaje objeto previamente introducido.

La falsa impresión de que la lógica consistía únicamente en el uso de formalismos previamente definidos en una metalógica apropiada se venía abajo cuando se nos exponían cálculos en el metalenguaje. Estos misteriosos objetos eran los mismos sistemas anteriores formulados esta vez con un juego distinto de letras A, B, C, etc. que permitía prescindir del uso de la regla de substitución uniforme. Estos cálculos eran, gracias al uso de letras esquemáticas, cálculos en el metalenguaje. Por otra parte, si el metalenguaje de la lógica era el lenguaje ordinario, ¿cómo podía ser entonces que el lenguaje ordinario contuviese sistemas propiamente lógicos? La conclusión a la que muchos llegábamos era inmediata: aunque es posible construir derivaciones en el metalenguaje, no son auténticas derivaciones lógicas, ya que al ser la metalógica un saber informal, siempre puede suceder que las reglas nos traicionen o resulten imprecisas.

El considerable desequilibrio conceptual entre el lugar de la lógica –lenguaje-objeto- y la metalógica –su metalenguaje- se restablecía, no sin ciertos sacrificios, cuando se tenía noticia de esa nueva disciplina que muchos denominaban *metamatemática*. Esta ciencia era la que parecía representar los contenidos propios de la metalógica. Quedaban sin responder algunos pequeños detalles como ¿de qué era lenguaje-objeto esa metamatemática? o ¿por qué resultaba una disciplina tan técnica si había de estar formulada en el lenguaje ordinario? A cambio, permitía entender por qué sus contenidos no formaban parte, salvo como noticia, de los cursos generales de Lógica: no se puede entrar en la exposición de la metalógica sin antes haber procedido a exponer la lógica propiamente dicha.

Que una ciencia pudiera plantearse tantos problemas con la exposición de sus recursos más elementales nos llevaba a maravillarnos de que nuestros colegas físicos, químicos o biólogos no fueran capaces de apreciar que sus manuales básicos eran, en realidad, obras de *meta*física, *metaquímica* o *metabiología*, situación que el ejemplo de la lógica seguramente llevaría a corregir en el futuro.

Este marco conceptual hace muy difícil entender las razones por las que la distinción lenguaje-objeto/metalenguaje es importante en lógica, ya que en un curso introductorio rara vez se puede entrar en la descripción de teorías formales semánticamente cerradas como la aritmética de primer orden. El uso de este distingo sobre sistemas incapaces de codificar su propia sintaxis hace que su presencia se confunda con los recursos que cualquier disciplina emplea a la hora de presentar sus definiciones, reglas y conceptos fundamentales, proyectando sobre aquéllos consecuencias claramente indeseables.

El comentario de lo que aquí hemos denominado la *metáfora lingüística* ha ocupado la práctica totalidad del espacio reservado a hablar de la tradición conceptual en la exposición de los rudimentos de nuestra disciplina. Probablemente hayan quedado fuera de este análisis tendencias de similar importancia. La insistencia en fijar los límites relativos de la lógica tradicional y la contemporánea, que lleva, como bien dice Quesada, a extrañas elecciones terminológicas, o la pertinencia de la oposición entre lógica deductiva y lógica inductiva, podrían responder a algún impulso común a caracterizar los contenidos de la lógica por aquello que no es o que ya no debe ser.

5. La horma aristotélica de la lógica matemática española.

Los protagonistas del tránsito de la lógica tradicional de raigambre aristotélica (que sus partidarios preferían llamar 'clásica' y sus detractores 'medieval') a la lógica matemática (sintomáticamente calificada entonces de "moderna" o "simbólica") se habían iniciado en esa lógica tradicional, descubriendo después la lógica matemática. Hasta cierto punto su percepción era que se trataba de un cambio de métodos pero no de problemas. Algunos síntomas de esa actitud son los siguientes.

(1) La división de la lógica en lógica de enunciados, lógica cuantificacional monádica y lógica cuantificacional poliádica, identificando de forma aproximada la lógica tradicional con la lógica cuantificacional monádica.

(2) La atención prestada a la silogística.

(3) El uso de distinciones de la lógica tradicional. Un buen ejemplo es el uso que de la distinción entre la deducción apodíctica y la deducción hipotética hacen Deaño, Garrido y Sacristán para explicar las diferencias entre los sistemas axiomáticos y los sistemas de deducción natural.

(4) Los autores citados. En los manuales de Deaño, Garrido y Sacristán el autor más mencionado es Aristóteles (en el caso de Sacristán empatado con Carnap) El *ranking* de Ferrater y Leblanc está encabezado por Russell, apareciendo Aristóteles en una segunda posición *ex aequo* con Frege. El número de citas en *Lógica de primer orden* de Mosterín es muy escaso y por ello poco significativo.

(5) La pasión por las reglas derivadas en los cálculos de deducción natural. Garrido *fundamenta* (sic) la friolera de 81 reglas derivadas (algunas dobles) y Deaño, más circunspecto, 39. Incluso un autor tan parco como Mosterín recoge 20 de esas reglas derivadas.

Aunque partieran de una situación objetiva similar, creían estar haciendo cosas distintas. Garrido acepta de buen grado la misión de continuar la lógica tradicional por otros medios. Como muestra basten dos declaraciones: "cabe definir la lógica formal (…) como teoría formal de la deducción. (…) Pero tal vez convenga no ignorar que la lógica formal no agota el ámbito de los estudios lógicos. También pueden considerarse parte de la lógica la teoría de la ciencia, que estudia más en concreto la metodología de las distintas ciencias particulares, y la filosofía de la lógica…" (p. 20). En el epígrafe *La Lógica Simbólica* señala que la lógica formal nació con Aristóteles y los estoicos y prosigue diciendo que la lógica formal encontró la senda del progreso al matematizarse en la segunda mitad del siglo XIX. La matematización consiste en subordinar el método de la lógica al de la matemática. Para adoptar el método matemático lo que hay que hacer, según Garrido, es construir un lenguaje simbólico adecuado y formular las reglas lógicas con precisión (p. 23). Parafraseando al propio Garrido, la lógica matemática no es más que lógica formal formalizada, lo que no es sino una forma de decir que lo que se gana con la matematización es básicamente precisión en la formulación.

Donde Garrido ve una evolución, Deaño ve una revolución kuhniana que, con Frege y Boole, convirtió a la lógica en una verdadera ciencia. La lógica es ahora "la ciencia formal de la validez formal de las inferencias" (I, p. 39). Curiosamente esa ciencia formal es descriptiva: "se limita a presentar formalizadamente las leyes a las que la mente humana se atiene cuando se aplica a razonar."(I, p. 12). No engloba, contra Garrido, a la teoría de la ciencia, lo que pasa es que a menudo "ha sido, pura y simplemente, confundida con (…) la psicología del razonamiento, la teoría del conocimiento o, incluso, en otro plano, con la metafísica." (I, pp. 39-40).

Por lo que hace a la definición de la lógica, Sacristán parece estar más cerca de Garrido que de Deaño. La lógica formal estudia el conocimiento (p. 17) desde el punto de vista de la validez o fundamentación de lo formal del conocimiento (p. 18). Frente a la inclinación psicologista de Deaño, para Sacristán la lógica determina "las leyes más generales del comportamiento de los objetos estudiados por las ciencias o teorías" (p. 26). La orientación epistemológica y ontológica de Sacristán es coherente con su intención de dirigirse "no… los gremios tradicionales de cultivadores de la lógica –los filósofos y los matemáticos- sino los estudiosos de las ciencias reales" (solapa). La elección de ese público explica también, según Sacristán, la ausencia de un tratamiento sustantivo de la silogística (p. 3) o por qué es el único de los cuatro textos mencionados que dedica un capítulo a la lógica inductiva. Sacristán no se pronuncia explícitamente acerca de las relaciones entre la lógica tradicional y la lógica formal, evolución o revolución. Comparando lógica tradicional (aquí llamada "clásica") y lógica formal en la página 28, dice que la superioridad de la segunda se asienta en dos razones. La primera es conceptual: la lógica tradicional se concebía como una herramienta para el descubrimiento de nuevas verdades a partir de verdades conocidas, cuando en realidad la lógica es un instrumento para analizar, aclarar y ordenar las verdades conocidas. La segunda es técnica: la lógica tradicional es una lógica de clases incapaz de analizar los enunciados relacionales. No se trata meramente de que la lógica formal sea más potente; las limitaciones expresivas de la lógica tradicional la hacen inútil: los razonamientos con clases "son tan sencillos que no ya el científico empírico, sino todo niño que hable discretamente los sabe construir sin necesidad de estudiar lógica" (p. 28).

Mosterín, finalmente, no considera pertinente dar una caracterización de la lógica, algo raro en un manual. Lo más parecido a una caracterización de la lógica está en la solapa de *Lógica de primer orden* (el lugar indica la importancia que se concede a la cuestión). Allí se señala que "se puede decir que la matemática se reduce a la lógica, pues la actividad matemática consiste en deducir consecuencias (teoremas) a partir de axiomas dados. En otros sentido se puede decir que la lógica se reduce a la matemática de la que constituye la parte más general".

6. La aplicación de la lógica.

Los manuales de Deaño, Garrido, Mosterín y Sacristán se presentan como manuales de lógica aplicada en un sentido peculiar. Quizá pudiera decirse que se presentan como textos de lógica en oposición a la metalógica según se entendía por entonces. Es muy reveladora a este respecto la declaración de la página 7 de *Lógica de primer orden* de Mosterín.

> Sólo a los lógicos puros –que son muy pocos- interesa la lógica por sí misma. La mayoría de las personas –filósofos, matemáticos, etc.- que se interesan por la lógica se interesan sobre todo por sus aplicaciones. Saber aplicar la lógica, dominar la lógica como arte, consiste sobre todo en saber probar que una sentencia dada es o no es una consecuencia de un conjunto dado de sentencias (…) Y esto, más que una teoría es una praxis, que sólo se aprende practicándola.

En la cita se apunta a la identificación de las aplicaciones de la lógica con la realización de demostraciones o derivaciones formales. Esta idea aparece también en las obras restantes. Deaño indica en diversos pasajes de *Introducción a la lógica formal* que éste es ante todo un libro de lógica aplicada, en el que la lógica se presenta como una herramienta analítica. Por 'lógica aplicada' entiende Deaño la formalización de enunciados y argumentos del lenguaje natural y su subsiguiente validación aplicando cálculos lógicos. En consecuencia, Deaño relega la metateoría a un apéndice y no dedica ningún capítulo a la semántica formal propiamente dicha. Ferrater y Leblanc coinciden con Deaño, puesto que en su manual ni se mencionan nociones como modelo o interpretación.

Los otros tres autores considerados son menos radicales. No obstante, la atención que dedican a la exposición de resultados metateóricos o a las nociones semánticas es compatible con una orientación "calculista". Garrido, por ejemplo, define la lógica como la teoría de la deducción, asignando por tanto una posición central a los cálculos deductivos (p. 217). Cuando se considera la aplicación de los esquemas formales de la lógica es cuando aparece la pregunta por la adecuación/verdad de esos esquemas y con ella la consideración semántica de fórmulas y argumentos. La bondad de un cálculo deductivo requiere establecer que valida todos y sólo los argumentos que llevan necesariamente de premisas verdaderas a una conclusión verdadera. En ese sentido la consecuencia lógica (*sic*), lo que suele representarse con el símbolo '□', es el fundamento de la relación sintáctica de derivabilidad (p. 231). Es decir, el lógico empieza por construir cálculos lógicos para comprobar después que no son arbitrarios. Esto se hace demostrando la equivalencia de la deducibilidad formal con el concepto semántico de consecuencia (es decir, que X□ A syss X□ A).

El de Mosterín es el único de los cuatro manuales que dedica una sección diferenciada a la semántica lógica. Ese reconocimiento de la semántica formal va ligado a la noción de independencia, que la conecta con la evaluación de argumentos. Para establecer la corrección de un argumento se deriva su conclusión de sus premisas; para probar su incorrección hay que establecer la independencia de su conclusión de las premisas, y eso se hace especificando una interpretación que haga verdaderas a las premisas pero no a la conclusión.

La correspondencia cálculo lógico-corrección argumental *versus* interpretación-incorrección argumental se manifiesta en todos los manuales considerados en que, aunque el tratamiento de la semántica lógica es en general pobre, se expone con detenimiento el método de tablas de verdad. Esa asimilación parece estar también detrás de la comprensión de Garrido del cálculo de tablas analíticas como un método semántico, denominado por eso "método de tablas semánticas" (siguiendo a Beth).

> El procedimiento de la busca de contraejemplos, que viene a ser una especie de versión semántica de la reducción al absurdo, ha sido utilizado en lógica desde antiguo para la invalidación de argumentos cuya corrección se pone en tela de juicio. (…) desde 1955 se ha impuesto entre los lógicos (…) un método que permite la búsqueda sistemática de la interpretación invalidadora del argumento. Ello ha dado lugar a nuevas técnicas de cálculo que reciben generalmente el nombre de *tablas semánticas*. (p. 259)

Garrido define un cálculo lógico como un sistema de reglas sistemáticamente ordenadas y admite que la técnica de tablas semánticas opera "con un conjunto muy reducido de reglas, que es bastante similar al repertorio de reglas básicas de la deducción natural de Gentzen." (p. 259). Sin embargo insiste en que no es un cálculo lógico sino un procedimiento semántico "que viene a ser una especie de versión semántica de la reducción al absurdo". Para explicar por qué la deducción natural es un cálculo lógico y las tablas analíticas no, apela a los estados psicológicos e intenciones de los usuarios. Cuando se intenta resolver un argumento aplicando reglas a las premisas "pero sin tener en cuenta el valor de verdad de éstas" (p. 258) se sigue un método sintáctico; si las reglas se aplican teniendo en cuenta el valor de las premisas, el método es semántico.

La idea de que los cálculos lógicos suministran procedimientos para establecer la corrección argumental y que al definir las interpretaciones admisibles del cálculo se buscan procedimientos para establecer la incorrección de los argumentos aparece también en Sacristán:

> …si el cálculo es decidible, cuenta con un procedimiento para averiguar, dado cualquier enunciado y aunque no se le tenga aún construido con las reglas de transformación, si ese enunciado es un teorema o no. Un cálculo que ante cualquier enunciado sea capaz de demostrar ese enunciado o su negación es pues un cálculo decidible. Por eso admitiremos que todo cálculo decidible es completo, pero no todo cálculo completo es decidible. (pág.47)

La identificación de las aplicaciones de la lógica con la evaluación de la corrección o incorrección de argumentos deja en un segundo plano otros campos de aplicación, como la axiomatización de teorías. El más "calculista" de los manuales considerados es el de Deaño, en el que no se presenta ninguna teoría axiomatizada, algo que quizá no requiera explicación en un libro centrado en la aplicación de la lógica al razonamiento natural. No obstante, cuando Deaño introduce los cálculos axiomáticos lo hace a partir del concepto de teoría axiomatizada. Es curioso, por cierto, que defina una teoría como un conjunto de enunciados verdaderos relativos a un cierto campo de problemas, omitiendo su clausura bajo consecuencia. Más atención le dedican a las teorías formalizadas los manuales de Sacristán, de decidida orientación epistemológica, y Garrido, debido acaso a cierta pretensión enciclopédica. Con todo, el único ejemplo de teoría axiomatizada que ofrece Sacristán (§.39) es una formulación (en lógica de segundo orden) de la aritmética de Peano (sin cero). Garrido por su parte ofrece una formulación de la aritmética de Peano (en segundo orden y con cero) y de la teoría de grupos (p. 300s.). En los manuales de Ferrater-Leblanc y Mosterín no aparecen teorías axiomatizadas. Sin embargo en el prólogo a la primera edición Mosterín señala como una de las ventajas de su libro que "desde un principio se introducen los formalismos de primer orden en toda su potencia, incluyendo la identidad, los functores y las descripciones". En la mayoría de los libros de texto de lógica, dice, se introducen formalismos sin esos recursos, y por ello de poca utilidad, "pues cualquier teoría matemática o cualquier argumentación filosófica, a poco complicada que sea necesita para su formalización de la identidad, los functores y las descripciones." (p. 6). Lo llamativo del caso de Ferrater-Leblanc es que exponen la aritmetización gödeliana del análisis indicando que Gödel “formalizó la teoría numérica elemental dentro del marco de la lógica cuantificacional elemental” (p.192) aunque sin indicar cómo lo hizo.

7. Deducción axiomática y deducción natural.

Los manuales del periodo 1955-1980 incluyen normalmente un cálculo axiomático y un cálculo de deducción natural. Mosterín se aparta de esta norma describiendo únicamente el sistema de deducción natural de Kalish-Montague. Ferrater-Leblanc tampoco la sigue plenamente, puesto que enuncian un cálculo axiomático y describen, sin enunciar sus reglas, las características generales de los cálculos de deducción natural (o lo que ellos entienden por tal). Garrido tiene el mérito de presentar un tercer sistema deductivo, las denominadas *tablas semánticas*, aún sin ser consciente de ello.

Adviértase la ausencia de cualquier referencia a los cálculos de secuentes. Algunos de estos autores parecen identifican cálculo de deducción natural y cálculo tipo Gentzen. Así en §.19 Ferrater-Leblanc señalen entre las características distintivas de los sistemas de deducción natural la división de sus reglas en reglas de estructura (mencionan identidad y corte) y reglas operacionales (“de eliminación e introducción” en su terminología). En *Untersuchungen über das logische Schliessen* (1934) Gentzen distingue en los cálculos de secuentes entre reglas estructurales y operacionales, pero no en los cálculos de deducción natural que carecen de reglas estructurales. Por el contrario la distinción entre reglas de introducción y de eliminación es propia de los sistemas de deducción natural.

Para explicar las diferencias entre los sistemas de deducción natural y los sistemas axiomáticos, nuestros autores suelen remitirse a la distinción tradicional entre deducciones hipotéticas, a partir de supuestos iniciales, y deducciones apodícticas o axiomáticas, sin supuestos iniciales. La idea es que la deducción natural sistematiza la deducción hipotética y los sistemas axiomáticos la deducción apodíctica. Así en la página 279 de *Lógica simbólica* se dice que “Lo que en definitiva distingue a la deducción axiomática de la natural es la presencia de axiomas”, donde ‘axioma’ no ha de interpretarse forzosamente como axioma lógico. En la página 277 de la misma obra se señala que el método axiomático aparece cuando el control lógico riguroso se aplica no sólo a la extracción de conclusiones sino también a las hipótesis iniciales. Sacristán introduce nuevos matices, distinguiendo entre el cálculo axiomático, puramente lógico, y las teorías axiomatizadas, resultantes de incorporar axiomas extralógicos. Los axiomas extralógicos son “enunciados materiales” y “una deducción que parte de enunciados de esa naturaleza, que pueden siempre volver a discutirse y de hecho se discuten frecuentemente, es una deducción a partir de supuestos materiales o premisas” (p. 120). Así, la deducción hipotética tiene cabida en un tratamiento axiomático de la lógica. Sin embargo “el tipo de deducción más corriente en la vida cotidiana y en la práctica de la ciencia es todavía un poco distinto.” (*Ibídem*). Ese tipo de deducción, que no encuentra acomodo en el método axiomático, corresponde a la deducción natural.

> La deducción natural es una deducción a partir de premisas de hecho, que no tienen por qué ser universalmente válidas, y que son, además, cambiantes, distintas para cada caso. (*Ibid.*)

El cuadro siguiente resume las opiniones de Garrido y Sacristán sobre la naturaleza de los sistemas axiomáticos y de deducción natural.

M.Garrido			M. Sacristán
Axiomático	Deducción apodíctica		Axiomático
Deducción natural	Deducción hipotética	Premisas estables	
		Premisas cambiantes	Deducción natural

Las opiniones de Deaño a este respecto son similares, si bien trata de explicar las diferencias entre la deducción natural y el cálculo axiomático desde las conclusiones alcanzadas en cada caso y no desde el status de las premisas.

> ...la diferencia entre un sistema de axiomas y un cálculo de deducción natural es una diferencia en el valor de verdad de las conclusiones a que en uno y otro podemos llegar. El de las conclusiones obtenidas en las demostraciones hechas dentro del primero es siempre el valor de verdad. El de las obtenidas en el segundo puede no serlo. (Vol. I, pág.145).

Adviértase que aquí la expresión 'sistema de axiomas' puede convenir tanto a una presentación axiomática de la lógica como a teorías axiomatizadas.

El paralelismo entre las oposiciones deducción apodíctica/deducción hipotética y cálculo axiomático/cálculo de deducción natural resulta forzado. Garrido, por ejemplo, realiza deducciones apodícticas en deducción natural a lo largo de 60 páginas. Claro que cabría preguntarse si la demostración de Av¬A en deducción natural es hipotética o apodíctica. Como el conjunto de premisas es vacío, no es hipotética, pero como no se usan axiomas, tampoco es apodíctica. También Sacristán tiene dificultades para ser coherente con su marco conceptual. Su sistema de deducción natural incorpora el axioma RTE Av¬A, que, al tratarse de un cálculo de deducción natural, se ve obligado a tratar de "regla" (p. 132). No hay inconveniente en tratar los axiomas como reglas de inferencia a partir del conjunto vacío de premisas, pero entonces el contraste entre deducción apodíctica/cálculo axiomático y deducción hipotética/cálculo de deducción natural se atenúa –la cuestión vuelve a ser si la derivación de Av¬A en el cálculo de deducción natural de Sacristán es de un tipo u otro.

Cuando se basa la descripción de los cálculos axiomáticos en la noción de deducción apodíctica resulta difícil explicar el contenido del teorema de deducción. Para un cálculo axiomático H, el teorema se enuncia como sigue (donde X es un conjunto de fórmulas y A y B son fórmulas): Si X,A□ $_H$B entonces X□$_H$A→B. Aquí el símbolo '□ $_H$' aparece como expresión de consecuencia (de deducción hipotética) y no como prefijo que exprese la condición de teorema (deducción apodíctica) de la fórmula a la que se antepone. Ni Garrido ni Deaño definen el símbolo '□ ' como expresión de la derivabilidad en los sistemas axiomáticos, como símbolo que se inserta entre un conjunto de fórmulas y una fórmula. Si no advierten la necesidad de definir la derivabilidad en un sistema axiomática es porque no distinguen entre "Si □ A→B y □ A entonces □ B" y "A,A→B□ B".

En la comparación de Deaño de los sistemas axiomáticos y los cálculos de deducción natural desempeña un papel importante la noción de traducción metalingüística. Así, dice que la regla de *modus ponens* no es sino una traducción metalingüística de la ley lógica ((p→q)&p)→q (vol. .I, pág.119,) y en la página 122 del volumen I se informa de que

$$\frac{\begin{array}{c}\square\ A\to B\\ \square\ B\to C\end{array}}{\square\ A\to C}$$

es una traducción metalingüística del teorema ‘(p→q)→((q→r)→(p→r))’ (comparable a la traducción de la conducta real de una persona en regla moral de nuestra propia conducta (*sic*)). Deaño, por lo demás, ni menciona el teorema de deducción.

8. Los aspectos estructurales de la deducción natural.

Con la excepción de Ferrater-Leblanc, en los manuales de este periodo predomina la deducción natural como modo de presentación de la derivabilidad. Deaño explica las razones de esta preponderancia: “La presentación de la lógica en forma de sistema de reglas de inferencia favorece, como hemos visto, su aplicación al razonamiento natural. Pero, por otra parte, su presentación como sistema axiomático hace más cómodas las consideraciones metateóricas.” (II, p. 131). Es pues la concepción de su libro como un libro de lógica aplicada la que le lleva a favorecer la deducción natural. La lectura de los manuales de Deaño, Garrido y Mosterín deja claro que se considera que enseñar el arte de la lógica (es decir, el arte de efectuar derivaciones en deducción natural) como una parte muy importante de los contenidos de un curso de lógica elemental. Los manuales de Deaño, Garrido y Mosterín se distinguen del de Sacristán entre otras cosas por el énfasis puesto en la realización de derivaciones en deducción natural.

Los cálculos de deducción natural de Garrido y Deaño constan únicamente de reglas operacionales. Los cálculos de deducción natural de Mosterín y Sacristán incluyen una regla estructural. En el cálculo de Mosterín la regla de repetición,

$$\frac{A}{A}$$

y en el de Sacristán de la regla RP o regla de introducción de premisas que “autoriza a escribir en cualquier línea de una demostración una fórmula cualquiera, tomándola al mismo tiempo como premisa” (p. 130).

Deaño, Garrido y Sacristán, pero no Mosterín, ofrecen una explicación del contenido intuitivo de cada una de las reglas de sus cálculos de deducción natural. Aunque podría tratarse de un mero recurso pedagógico, da la impresión de que al mismo tiempo se pretende justificar las reglas. Algunos de esos comentarios son chocantes. Cuando Garrido justifica intuitivamente la regla de doble negación,

$$\frac{\neg\neg A}{A}$$

una regla rechazada por el intuicionismo, escribe: “Esta regla apenas requiere comentario. Se basa en el dato, naturalmente intuitivo, de que negar doblemente algo es tanto como afirmarlo.” (p. 83). Las palabras de Garrido contrastan con el tratamiento de Sacristán de la regla de tercio excluso

$$\frac{}{A\vee\neg A}$$

como una regla adicional que permite el paso de un cálculo de deducción natural intuicionista a uno clásico (p. 131). Otro comentario revelador es el de Deaño a la regla de eliminación del condicional RE→: “Esta otra regla, en cambio, apenas necesita presentación. La hemos conocido como regla de separación en el sistema axiomático PM" (I, p. 157).

La regla de introducción de premisas es según Sacristán "esencial al cálculo de deducción natural, que no tiene axiomas de los que partir" (p. 130). ¿Cómo suplen entonces su ausencia los otros tres autores? Incorporándola, de un modo u otro, en la descripción del procedimiento para construir derivaciones en deducción natural. En Mosterín, la descripción del procedimiento adopta la forma de una definición sistemática de 'semideducción en L a partir de (un conjunto de fórmulas) Γ" (pp. 52-53). Para la introducción de premisas, la cláusula pertinente es la segunda: "Para cualquier $\alpha \in \Gamma$ se puede escribir como línea α". Garrido y Deaño definen *deducción* o *deducción formal* como sigue:

Una deducción formal es una secuencia finita de fórmulas tales que cada una de ellas sea (a) un supuesto inicial, o (b) un supuesto provisional, o (c) una fórmula que se deriva lógicamente de otra o de otras anteriores por inferencia inmediata (… por la aplicación de una sola regla de inferencia). (Garrido, p. 69; vid. Deaño I, p. 151).

Garrido observa a continuación que "la última línea de derivación es la *conclusión*. Todas las líneas de derivación anteriores a la conclusión podrán ser llamadas *premisas*", donde 'premisa' no significa 'supuesto inicial'. En esta observación, aparentemente inocua, se está especificando que la conclusión de una derivación debe ser siempre una línea *distinta* de los supuestos iniciales (que son siempre anteriores a aquella). La rutina para la resolución de argumentos que emplean (explícitamente descrita por Garrido en la p. 83 de *Lógica simbólica*) incluye como primer paso para demostrar que B es derivable de las fórmulas $A_1,\ldots,A_n$ colocar las premisas $A_1,\ldots,A_n$ en una columna numerándolas correlativamente. Es decir, las premisas se introducen "en bloque" al principio de la derivación.

Esta definición de la derivabilidad tiene dos consecuencias notables. La primera que es inaplicable a conjuntos infinitos de fórmulas, aunque la comprensión del teorema de compacidad como corolario del teorema de completitud (presentada por Garrido en p. 339) requiere que la derivabilidad se defina para conjuntos infinitos de fórmulas. La segunda consecuencia es que introduce inadvertidamente restricciones estructurales. Esas restricciones se perciben en varias de las derivaciones de principios básicos que ofrecen Deaño y Garrido y que a primera vista parecen innecesariamente complicadas. Un ejemplo es su fundamentación de la ley de identidad (Garrido p. 100 y Deaño I, p. 159). La demostración estándar es simplemente

1.A	Premisa

en la que la misma línea es premisa y conclusión. La fundamentación alternativa de Deaño y Garrido es

1.A	Premisa
2.¬A	Supuesto
3. A&¬A	I& 1,2
4.¬¬A	I¬2-3
5.A	E¬ 4

Esta derivación no sólo es más compleja, tampoco es *normal* en el sentido técnico de este adjetivo. Además, hace depender una propiedad fundamental de cualquier relación de consecuencia, la reflexividad, de un principio referente al negador, el de doble negación, rechazado por la lógica intuicionista. Un segundo ejemplo, concerniente a otra propiedad estructural básica, la monotonía, es la derivación de A, B□ A. Una derivación estándar es

1.B	Premisa
2.A	Premisa

La derivación al modo de Deaño y Garrido, por su parte, es

1.A	Premisa
2.B	Premisa
3. ¬A	Supuesto
4.A&¬A	I& 1,3
5.¬¬A	I¬ 3-4
6.A	E¬ 5

De nuevo se hace depender una propiedad estructural básica de un principio operacional no aceptado en la lógica intucionista.

El descuido de los aspectos estructurales (en oposición a los operacionales) no es privativo de Deaño y Garrido. Sacristán también tendría dificultades para demostrar que la relación de consecuencia de su sistema de deducción natural es monótona. Las líneas en las derivaciones de Sacristán son triplos de la forma

n	X	A

donde n es un número (de línea), X un conjunto de fórmulas (supuestos de la derivación) y A una fórmula (la conclusión que se sigue de esos supuestos). Las reglas que nos interesan ahora son:

Regla de introducción de premisas

RP

n	A	A

Regla de introducción del condicional

RI→

n	X, A	B
n+1	X	A→B

Para demostrar con estas reglas el teorema A→(B→A) habría que derivar

n	A, B	A
n+1	A	B→A
n+2	∅	A→(B→A)

Pero la única regla que permite la introducción de supuestos es la regla RP, que no permite la introducción de supuestos "superfluos" como B.

Venimos hablando *del* cálculo de deducción natural de Deaño cuando quizá fuera más apropiado hablar de *los* cálculos de deducción natural de Deaño. El cálculo expuesto en las ediciones posteriores a la 2ª edición en Alianza Textos (de 1980) es idéntico al de Garrido. El de las ediciones anteriores difiere porque entre sus reglas primitivas no está la regla de doble negación DN

$$\frac{\neg\neg A}{A}$$

que es reemplazada por la regla *Ex contradictione quodlibet* ECQ

$$\frac{\begin{array}{c}A\\ \neg A\end{array}}{B}$$

Obviamente este cálculo no es ni completo para la lógica clásica ni equivalente al cálculo axiomático que presenta Deaño unas páginas antes, puesto que la regla ECQ es más débil que la regla DN. De hecho el cálculo de deducción natural de Deaño es intuicionista (si se pasan por alto las observaciones precedentes acerca de los aspectos estructurales). No obstante, Deaño parecía considerarla demasiado potente, como revela un extraño pasaje:

> Llevada demasiado lejos, esta regla introduciría en el sistema una especie de libertarismo deductivo. Podría deducirse casi todo. Para alcanzar una conclusión bastaría con derivar de las premisas una contradicción y escribir a renglón seguido de ésta la expresión buscada. La regla, sin embargo, ha de entenderse en un sentido más restringido. De hecho sólo se aplicará en el seno de una subderivación. Se aplicará, por ejemplo, para, cuando partiendo de una premisa auxiliar hayamos llegado a una contradicción, derivar de ello la negación de la premisa auxiliar. (Vol.I, p. 155)[7].

Sin embargo, sí usa a lo largo del libro la regla DN, llamándola 'RI¬', el nombre oficial que da a la regla ECQ. Una nota anónima en la edición de 1980 señala el cambio introducido, presumiblemente no por Deaño, que falleció en 1978.

9. Reglas cuantificacionales en deducción natural.

Al abordar el cálculo de deducción natural para la lógica cuantificacional, Garrido y Deaño empiezan, aparentemente por razones pedagógicas, por formular un cálculo de deducción natural para la lógica cuantificacional monádica para pasar después a la lógica cuantificacional poliádica generalizando las reglas cuantificacionales monádicas. Sacristán y Mosterín no se sirven en su exposición de tales divisiones de la lógica cuantificacional.

¿Qué entienden Deaño y Garrido por 'lógica cuantificacional monádica'? Ambos definen explícitamente la lógica cuantificacional monádica como la lógica cuantificacional de un lenguaje que contuviera únicamente letras relacionales unarias. Sin embargo hay sobrados indicios en los dos manuales para concluir que además están pensando en una restricción de la lógica cuantificacional a fórmulas de rango cuantificacional ≤1. Garrido, por ejemplo, opone cuantificación monádica a cuantificación poliádica (p. 129), atendiendo a la ariedad de los predicados, y a cuantificación múltiple (p. 189), atendiendo al rango cuantificacional de las fórmulas.

Aunque Deaño opone "lógica cuantificacional monádica" a "lógica cuantificacional poliádica", y no a "cuantificación múltiple", entiende por la primera lo mismo que Garrido. Así lo demuestra que en todos sus ejemplos la cuantificación múltiple aparezca con símbolos relacionales binarios, su definición en las páginas 44-47 del volumen II de la lógica cuantificacional monádica como la lógica de predicados de los cuatro tipos

[7] En las ediciones posteriores a 1980 de *Introducción a la lógica formal*, este párrafo ha desaparecido junto con la regla ECQ.

de enunciados $(\forall x)(Px)$, $(\forall x)\neg(Px)$,$(\exists x)(Px)$ y $(\exists x)\neg(Px)$, o el modo en que generaliza las reglas cuantificacionales monádicas a la lógica cuantificacional poliádica. Obsérvese que la distinción aristotélica de los cuatro tipos de enunciados cuadra con la lógica tradicional pero no con la lógica cuantificacional monádica propiamente dicha.

Deaño y Garrido, por tanto, entienden por 'lógica cuantificacional monádica' la lógica de predicados monádicos y fórmulas de rango cuantificacional ≤1. Eso les permite asimilar la lógica tradicional a la lógica cuantificacional monádica, como deja claro la lectura del capítulo X de *Lógica simbólica*: "la lógica de cuantificación monádica (…) es, más o menos, el equivalente moderno de la lógica tradicional".

La identificación de lógica de predicados y cuantificación simple es también perceptible en sus reglas cuantificacionales monádicas de deducción natural. En primer lugar, esas reglas carecen de la generalidad necesaria. El esquema de la regla de introducción del particularizador de Garrido,

$$\text{IP} \quad \frac{Pa}{(\exists x)(Px)}$$

adolece de falta de generalidad aún interpretando 'P' y 'a' como metavariables para letras predicativas y constantes individuales, respectivamente. La regla de Garrido no permite inferir, por ejemplo, $(\exists x)(Px \ \&\ Qx)$ a partir de $Pa \ \&\ Qa$. Aunque la formulación de Deaño

$$\frac{\varphi\alpha}{(\exists x)(\ \varphi x)}$$

parece más cuidada, esa impresión se desvanece cuando se lee (nota 131 del volumen II) su explicación de los signos empleados: "Donde 'φ' es una variable metalingüística que representa cualquier predicado –monádico en este caso- y 'α' es,…, un parámetro…".

Aunque podría tratarse de descuidos notacionales, puesto que de hecho aplican las reglas cuantificacionales monádicas con la generalidad requerida, impiden plantearse una cuestión crucial para la corrección de las reglas cuantificacionales. Al aplicar una regla como ∃I a la fórmula Pa & Qa, con dos ocurrencias de la constante 'a'; ¿hay que sustituir esa constante por la variable correspondiente en todas sus ocurrencias o puede efectuarse la sustitución sólo en algunas de las ocurrencias de 'a'? Mientras no se consideren fórmulas con más de una ocurrencia de una constante, la cuestión ni se plantea. Ni Garrido ni Deaño aclaran si la sustitución implícita en sus reglas cuantificacionales de introducción es uniforme o no. Como en todas las derivaciones que realizan la sustitución es uniforme, el lector infiere que la sustitución ha de realizarse para todas las ocurrencias de la constante.

Cabría esperar una aclaración acerca de la sustitución implícita en las reglas cuantificacionales de introducción al llegar a la lógica de predicados poliádicos. Sin embargo Garrido y Deaño pasan de las reglas monádicas (uso la formulación de Garrido adaptando la notación):

$$\text{IG} \quad \frac{Pa}{(\forall x)(Px)} \qquad\qquad \text{IP} \quad \frac{Pa}{(\exists x)(Px)}$$

'a' no debe ocurrir en ningún supuesto previo no cancelado

A las reglas poliádicas:

IG $\dfrac{Pa_1\ldots a_n}{(\forall x)(\,Px_1\ldots x_n)}$ IP $\dfrac{Pa_1\ldots a_n}{(\exists x)\ (\,Px_1\ldots x_n)}$

'a_i', $1\leq i\leq n$ no debe ocurrir en ningún supuesto previo no cancelado

sin aclarar la cuestión de la sustitución.

10. Métodos deductivos.

Llama la atención en manuales con una cierta orientación "calculista" que no se especifiquen estrategias para la resolución de ejercicios de derivación en deducción natural. De los tres manuales de este tipo, Deaño, Garrido y Mosterín, sólo el segundo especifica una estrategia y solo para la lógica de enunciados. La estrategia que describe Garrido en la página 85 consta de cuatro instrucciones.

1. Colocar las premisas en una columna, numerándolas correlativamente.
2. Si la conclusión es un condicional, supóngase su antecedente para intentar derivar su consecuente y concluir aplicando la regla de introducción del condicional.
3. Si en las premisas aparece una disyunción, ábranse sendos supuestos con cada uno de los disyuntos para tratar de deducir de cada uno de ellos la conclusión y aplicar entonces la regla de eliminación de la disyunción.
4. Si todo falla, recúrrase a la reducción al absurdo. Es decir, supóngase la negación de la fórmula que interese establecer para extraer a continuación una contradicción; "el rechazo de esta contradicción nos proporcionará la fórmula deseada".

Hay que reconocer que es más la receta de cocina de un *chef* celoso de sus secretos gastronómicos que un procedimiento mecánico.

Una observación en la página 142 de *Lógica simbólica* responde mejor al *modus operandi* de su autor y al mismo tiempo brinda una explicación de la ausencia en estos manuales de una estrategia para la resolución de argumentos.

> el repertorio de reglas que es preciso memorizar en lógica de cuantores es, comparativamente, más reducido que en lógica de juntores, donde se requiere, en la práctica, la ayuda de un buen número de reglas derivadas.

Para empezar, difícilmente puede especificarse plenamente una estrategia para la resolución de derivaciones en cálculos no normalizables. La situación empeora cuando se permite el uso de reglas derivadas, puesto que una misma fórmula puede ser la conclusión de más de una regla. Al mismo tiempo, las reglas derivadas son en cierto sentido una respuesta al problema de la no normalización de las derivaciones.

Garrido (pp. 62-64) y Deaño (vol.I, pp. 165ss.) establecen, en términos parecidos, que hay dos métodos deductivos. El método directo en el que "las premisas llevan a la conclusión de un método directo y positivo" (Garrido p. 62) y el indirecto o *reductio ad absurdum*, que se emplea cuando el otro no da resultado. Garrido no acaba de tener clara la naturaleza de este método (Deaño ni siquiera intenta caracterizarlo explícitamente, identificándolo en vol.I., pág. 166 con la regla de introducción del negador). Según una primera definición (Garrido p. 63), el método indirecto tiene cuatro pasos:

1/ suponer provisionalmente la negación de la conclusión;

2/ obtener una contradicción a partir de ese supuesto;

3/ rechazar entonces el supuesto; y

4/ afirmar la conclusión deseada.

Esquemáticamente,

¬A	Supuesto
.	
.	
.	
B&¬B	Contradicción
¬¬A	Rechazo del supuesto
A	Afirmación de la conclusión

La reducción al absurdo, así entendida, no será desde luego del gusto de los intuicionistas. Otras veces entiende por deducción indirecta aquella que termina con una aplicación de la regla de introducción del negador. Por ejemplo en la página 87 resuelve por el método de reducción al absurdo el siguiente argumento:

1.p→¬q	Premisa
2.r→q	Premisa
3.p&r	Supuesto
4.p	E& 3
5.r	E& 3
6.q	E→ 2,5
7.¬q	E→ 1,4
8.q&¬q	I& 6,7
9. ¬(p&r)	I¬ 3-8

Obsérvese que esta derivación es impecable desde el punto de vista intuicionista.

Mosterín (p. 51) menciona la existencia de pruebas directas e indirectas cuando describe lo que hace un matemático al intentar probar un teorema, sin que la distinción desempeñe ningún papel en su exposición. Por su parte Sacristán (pp. 209, 210) emplea ‘reducción al absurdo’ para designar un procedimiento de decisión en lógica de enunciados.

11 Conclusiones.

La introducción y consolidación de la lógica matemática en España en las décadas de 1960 y 1970 se produce en el contexto de un enfrentamiento con la lógica tradicional. Sería erróneo entender ese enfrentamiento como una mera oposición entre la lógica tradicional y la lógica formal. Es cierto que en los manuales de ese periodo esa oposición se manifiesta con claridad en las declaraciones de prólogos y prefacios, en las definiciones de la lógica matemática y en la comparación de los méritos y deméritos de una y otra. Sin embargo podría decirse que hasta cierto punto en muchas de esas obras hay un intento de entender la lógica matemática desde la lógica tradicional. Esta conclusión se apoya en el análisis pormenorizado de algunos de sus contenidos. Creemos que sin esta clave interpretativa sería difícil entender lo que hoy pueden parecernos aberraciones[8] de las obras comentadas.

BIBLIOGRAFÍA[9]

Badesa, C., Jané, I., Jansana, R. (1998). *Elementos de lógica formal*. Barcelona: Ariel.
Deaño, A. (1975). *Introducción a la lógica formal* (2 vols.). Madrid: Alianza Universidad [1974].
—— (1978). *Introducción a la lógica formal*. Madrid: Alianza Universidad Textos.
Díez Calzada, J.A. (2002). *Iniciación a la lógica*. Barcelona: Ariel.
Falguera, J.L., Martínez Vidal, C. (1999). *Lógica clásica de primer orden*. Madrid: Trotta.
Ferrater Mora, J., Leblanc, H. (1965). *Lógica matemática*. México y Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica [1955].
Garrido, M. (1983). *Lógica simbólica*. Madrid: Tecnos [1974].
Manzano, M. (1989). *Teoría de Modelos*. Madrid: Alianza Universidad Textos.
Mosterín, J. (1976). *Lógica de primer orden*. Barcelona: Ariel [1970].
Quesada, D. (1985). *La lógica y su filosofía*. Barcelona: Barcanova.
Sacristán, M. (1964). *Introducción a la lógica y al análisis formal*. Barcelona: Ariel.
Zalabardo, J.L. (2002). *Introducción a la teoría de la lógica*. Madrid: Alianza.

Manuscrito recibido: 2002.06.25

Versión final: 2003.06.19

Huberto MARRAUD es profesor titular de lógica y filosofía de la ciencia en la U.A.M. Entre sus obras figuran *Teoría de modelos elemental* (1990) e *Introducción a la teoría de los sistemas deductivos* (1998).

Enrique ALONSO es profesor titular de lógica y filosofía de la ciencia en la U.A.M. Sus obras más destacadas son *Curso de Teoría de la Computación (*1996) e "Ingenio e Industria", *Theoria* vol.14, nº35. Ambos han participado en diversos proyectos I+D. En la actualidad forman parte del equipo investigador del proyecto *Suma Logica en el siglo xxi*.

DIRECCIÓN: Departamento de Lingüística, Lógica y Filosofía de la Ciencia. Facultad de Filosofía y Letras. Universidad Autónoma de Madrid. 29049 Madrid. E-mail: enrique.alonso@uam.es y hubert.marraud@uam.es

[8] *Aberración 5. Ópt.* Imperfección de un sistema óptico que le impide establecer una exacta correspondencia entre un objeto y su imagen (Diccionario de la lengua española).

[9] Se recogen las ediciones manejadas y a las que se refieren las citas del texto. En el caso de Deaño, las referencias son a la edición de 1975 salvo indicación en contrario. Cuando la fecha de la primera edición de una obra no coincide con la de la edición usada, se indica entre corchetes la fecha de la primera edición al final de la entrada.