



Ἡ θεὸς ἀπομυθεύει

THEORIA

ISSN 0495-4548 – eISSN 2171-679X

Retículos teóricos y el análisis de conceptos formales, herramientas para el estructuralismo metateórico

(Theoretical lattices and formal concept analysis, tools for metatheoretic structuralism)

Mariana ESPINOSA ALDAMA*

Universidad Autónoma Metropolitana, México

Mario CASANUEVA LÓPEZ

Universidad Autónoma Metropolitana, México

RESUMEN: Proponemos aprovechar las metodologías computacionales del análisis de conceptos formales para representar y estudiar la estructura conceptual de las teorías axiomatizadas. Este ejercicio se practicó al comparar los atributos de más de 44 modelos teóricos de teorías del espacio-tiempo y la gravitación. Los retículos pueden explorarse en visualizaciones interactivas conocidas como macroscopios que resaltan relaciones de especialización y teorización, ordenamientos jerárquicos, agrupaciones y clases de componentes. En este texto ejemplificamos con la reconstrucción de la mecánica clásica de partículas, las teorías del espacio-tiempo y la gravitación.

PALABRAS CLAVE: análisis de conceptos formales, teoría de modelos, redes teóricas, mecánica clásica, espacio-tiempo, gravitación.

ABSTRACT: We propose to take advantage of the computational methodologies of formal concept analysis and network visualization to represent and study the internal structure of axiomatized theories. This exercise was put into practice by comparing more than 44 theoretical models of space-time and gravitation. The lattices can be explored with interactive visualizations known as macroscopes that highlight relations of specialization, theorization, hierarchical orderings, communities and classes of components. In this text we exemplify with the reconstruction of classical particle mechanics, theories of space-time and gravitation.

KEYWORDS: formal concept analysis, model theory, theoretic networks, classical mechanics, space-time, gravitation.

* **Correspondencia a/Correspondence to:** Mariana Espinosa Aldama. REMO/Departamento de Humanidades, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Cuajimalpa, Vasco de Quiroga 4871, Contadero, Cuajimalpa de Morelos, 05348 Ciudad de México, CDMX – mariana.espinosa.aldama@gmail.com – <https://orcid.org/0000-0002-8934-375X>

Cómo citar/How to cite: Espinosa Aldama, Mariana; Casanueva López, Mario. (2023). «Retículos teóricos y el análisis de conceptos formales, herramientas para el estructuralismo metateórico»; *Theoria. An International Journal for Theory, History and Foundations of Science*, 38(1), 45-66. (<https://doi.org/10.1387/theoria.17683>).

Recibido/Received: 19-11-2022; Versión final/Final version: 16-03-2023.

ISSN 0495-4548 - eISSN 2171-679X / © 2023 UPV/EHU



Esta obra está bajo una licencia

Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International License

1. Introducción

Actualmente, el uso de diagramas, árboles, retículos y otras redes en filosofía es ya habitual y bien visto como herramienta heurística y formal, pues se reconoce su utilidad para el manejo y estructuración de la información, así como en la comunicación, transferencia y entendimiento de sistemas conceptuales, como el que aquí representamos, o como herramientas para el cálculo como los diagramas de sistemas electrónicos o los diagramas de Feynman (Larkin & Simon, 1987; Kozma, 2003; Perini, 2005, 2013; Stjernfelt, 2007; Ainsworth, Prain & Tytler, 2011; Jones, 2014 y Casanueva, 2016). En este sentido, el análisis de redes conceptuales mediante las técnicas algorítmicas y computacionales actuales se percibe como el paso natural de las escuelas que hacen uso de lenguajes formales como lo es la teoría de conjuntos o la teoría de categorías. Ejemplo de ello son las redes teóricas que se proponen desde la corriente estructuralista y que relacionan elementos teóricos bajo relaciones de especialización y/o teorización. Podemos generar y analizar redes de este tipo aplicando el llamado análisis de conceptos formales (FCA, por sus siglas en inglés), una teoría derivada de la teoría de retículos de Garret Birkhoff que incorpora la conexión de Galois y que fue desarrollada en los años 80 y 90, y hasta la fecha por Rudolf Wille, Bernhard Ganter y su grupo en la Universidad Técnica de Darmstadt en Alemania (Ganter *et al.*, 1999 y Wille, 1982, 1996). Hoy en día contamos ya con software especializado en este tipo de análisis, por lo que ha sido factible aplicarlo a bases de datos de grandes dimensiones. El FCA es ampliamente utilizado en la minería de datos, para construir clasificadores semánticos, en el aprendizaje de máquina y en inteligencia artificial (Ganter, 2005). El estudio del FCA se ha desarrollado a la par de otras teorías matemáticas como la teoría de categorías, sobre todo en Europa del Este, donde anualmente se celebran varios congresos internacionales dedicados a las estructuras conceptuales, la ontología del conocimiento y el FCA. Este tipo de análisis metateóricos también han sido aplicados a otras ramas de la ciencia como la biología y la genética (Méndez y Casanueva, 2012), o en matemáticas, donde las redes semánticas generadas, por ejemplo, por *Wolfram Research* están pavimentando el camino para codificarlas semánticamente (Weisstein y Ford, 2016).

Dado que el FCA ha sido poco aprovechado en filosofía de la ciencia, nos hemos dado a la tarea de aplicarlo en los estudios metateóricos de la mecánica newtoniana, el espacio-tiempo y la gravitación, comparando más de 44 modelos teóricos. El objetivo ha sido tanto clarificar el campo de estudio, como apreciar los alcances de esta metodología. Los macroscopios resultantes, conformados por más de 10 visualizaciones de redes interactivas, pueden explorarse en el sitio web remo.cua.uam.mx/vis/Exploratorium. Estos resultados son producto de la tesis de investigación doctoral de Mariana Espinosa (2022).

El desarrollo en el FCA incluye múltiples algoritmos que pueden ser aplicados para obtener conceptos formales de un contexto formal, construir retículos, asignar niveles, clases y etiquetas, encontrar probabilidades, índices, sub-conceptos, supra-conceptos, ramificaciones, comunidades, calcular implicaciones y asociaciones, etc. Las investigaciones en FCA han estado dirigidas al desarrollo de algoritmos más rápidos y eficientes, en el desarrollo de software con interfaces amigables que soporten la importación de grandes bases de datos, en el manejo de datos difusos (*fuzzy data*), o de tablas de contingencia. Muchos de estos algoritmos pueden encontrarse en Ganter *et al.* (2005) y en los *proceedings* de los congresos ICFCA y ICCS, y han sido incorporados en aplicaciones como *Toscana* y *Concept Explorer*. Aquí trabajamos con Conexp 1-3, software libre desarrollado por *The apache Software*

Foundation, que ofrece una tabla para ser llenada con cruces, y computa y visualiza un retículo interactivo donde se pueden acomodar y resaltar los nodos, así como asignar distintos radios según diversos criterios.

Una parte importante del FCA son las técnicas de exploración de contextos, que permiten agregar objetos y atributos con el fin de acercarse a un contexto formal lo más cerrado posible, es decir, uno en el que ya no se encuentren más elementos (ya sea atributos u objetos) que agregar. Un ejemplo de un contexto cerrado es el que describe todas las posibles características de un triángulo según sus ángulos y sus lados. En los lenguajes bien formalizados, como las matemáticas, esto es posible, aunque se han encontrado casos interesantes en contextos de lenguajes informales. Cuando así sucede, la dupla con la que se caracteriza el significado de un concepto está dado por su *<referencia, sentido>*. En los lenguajes informales la intensión o sentido es potencialmente infinita, pero es la pista que permite encontrar el referente o extensión de un término y debe ser limitada tras definir clases de interés en el estudio. Por ejemplo, al limitar la clasificación de triángulos según el tipo de ángulo y no según su tamaño. Al explorar los atributos encontramos objetos que los poseen o los cumplen, al explorar los objetos encontramos atributos que los distinguen.

2. Análisis de conceptos formales

En el contexto del FCA, los retículos conceptuales son redes jerárquicas que se caracterizan por contar con un único nodo supremo y otro ínfimo para cualquier par de nodos de la red. Los nodos representan conceptos formales, que distinguimos de los conceptos humanos cotidianos al caracterizar su significado mediante un par ordenado *<extensión, intensión>*, donde la intensión es un conjunto de atributos y la extensión es un conjunto de objetos que cumplen con dichos atributos. Los retículos conceptuales se construyen a partir de una tabla de incidencia, llamada *contexto formal* (G, M, ι) , que relaciona un conjunto de objetos G con un conjunto de atributos M : $\iota \subseteq G \times M$. La relación de incidencia ι está dada por todos los pares ordenados $\langle g_i, m_i \rangle$ tal que g_i tenga el atributo m_i , donde $g_i \in G$ y $m_i \in M$.¹ Un *concepto formal* será el par ordenado $\langle B, A \rangle$, donde B (la extensión) es un subconjunto del conjunto de objetos G , ($B \subseteq G$); mientras que A (la intensión) es un subconjunto del conjunto de atributos M , ($A \subseteq M$). Dos operadores de derivación $\langle \langle \rangle \rangle$ tienen la función de asignar ya sea conjuntos de objetos a conjuntos de atributos, o conjuntos de atributos a conjuntos de objetos. Si un conjunto de objetos $B = \{g_1, \dots, g_n\}$ comparte ciertos atributos $B' = \{m_1, \dots, m_m\}$ y los correspondientes objetos a dichos atributos, bajo el operador $\langle \langle \rangle \rangle$, que representamos como B'' son exactamente B , entonces $\langle B'', B' \rangle$ es un concepto formal del contexto formal. De manera dual, sea $A = \{m_1, \dots, m_m\}$ un conjunto de atributos y A' el conjunto de todos los objetos que comparten dichos atributos, si al aplicar de nuevo la función $\langle \langle \rangle \rangle$ a A' tenemos que $A = A''$, entonces $\langle A', A'' \rangle$ es un concepto formal del contexto formal. La doble función $\langle \langle \rangle \rangle$ es conocida como la *conexión monótona de Galois* y tiene la propiedad de cerradura, por lo que una tercera y cuarta aplicación de estos operadores arrojará el mismo resultado. Entonces, de entre todos los pares ordenados de subconjuntos de objetos y subconjuntos de atributos del contexto formal (G, M, ι) ,

¹ Las letras G y M vienen del alemán *Gegenstände* (objetos) y *Merkmale* (características).

podemos encontrar algunos $\langle B_i, A_i \rangle$ que cumplen con la conexión monótona de Galois y que podemos ordenar comparando ya sea sus intensiones o sus extensiones de la siguiente manera:

$$(B_i \supseteq B_j) \Leftrightarrow (\langle B_i, A_i \rangle \geq \langle B_j, A_j \rangle) \Leftrightarrow (A_i \subseteq A_j).$$

Ésta es una relación de orden parcial no estricto con las propiedades de reflexividad, anti-simetría y transitividad. Al establecer estas relaciones jerárquicas entre los conceptos formales podemos asignar niveles a los nodos, iniciando con el nodo ínfimo que siempre existe y es único. La numeración se determina por convención asignando el número de conceptos que se pueden alcanzar yendo hacia abajo por la cadena más larga. El ínfimo quedaría entonces con el nivel 0. Los retículos, también llamados *látices* por un anglicismo, poseen un concepto *top* o *supremo* que contiene todos los atributos (si es que los hay), compartidos por todos los objetos, y un concepto *bottom* o *ínfimo* que contiene todos los atributos y generalmente ningún objeto.² Esta relación también nos indica qué conceptos son *supra* o *sub-conceptos* de unos y otros (véase Carpineto y Romano, 2004 para un estudio introductorio del FCA).

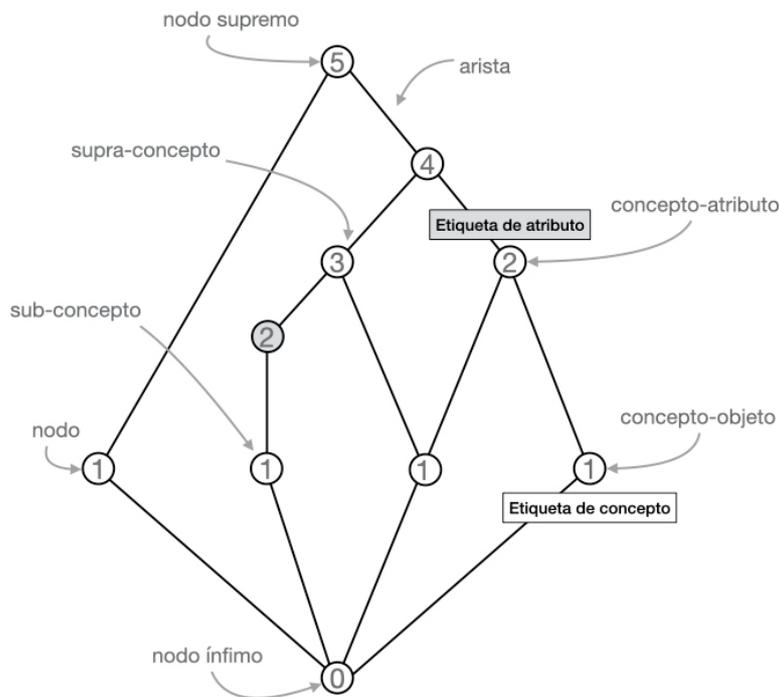


Figura 1

Elementos de un retículo. Los nodos representan conceptos y las aristas relaciones jerárquicas. Los números indican el nivel de cada nodo, iniciando con el ínfimo. Los supra y sub-conceptos son con relación a cierto concepto, en este caso el coloreado en gris.

² El nodo ínfimo, en nuestro análisis no representa ningún modelo, se toma como un artilugio formal que permite el cómputo de los látices.

Ciertos nodos llevan asignadas etiquetas que señalan el lugar que ocupan los atributos y los objetos en la red. El nombre de un objeto aparece en una etiqueta bajo el nodo con el menor número de objetos que le contenga en su extensión. Estos nodos son llamados tipo *concepto-objeto*. Las etiquetas de los atributos aparecen al lado del *concepto-atributo*, que es el concepto que contiene dicho atributo con el mayor número de objetos en su extensión (véase Fig. 1. y Fig. 8). En una lectura vertical de arriba para abajo, como es costumbre con estos latices, y siguiendo el orden de los niveles jerárquicos, el concepto-atributo sucede cuando aparece por primera vez cierto atributo. En cambio, los conceptos objeto suelen estar en los nodos inferiores de la red, señalando el primer nodo que contiene todos los atributos de su intensión.

3. Selección de objetos, atributos y modelos

La forma en que seleccionamos nuestros objetos y atributos es crucial para obtener un contexto formal sensato, idealmente cerrado bajo la conexión monótona de Galois que pueda representar la estructura de nuestras teorías. Siguiendo la concepción metateórica estructuralista (véase Moulines 1982a y Balzer *et al.*, 2012), distinguiremos varias clases de objetos: los modelos de una teoría, los elementos teóricos o teorías propiamente dichas (*ET*), las redes teóricas y los holones teóricos que involucran varios campos de estudio. Las redes teóricas relacionan diferentes elementos teóricos a través de la relación de especialización y de teorización. Cada *ET* es una tétrada ordenada compuesta por un núcleo conceptual *K*, determinadas aplicaciones intencionales *I*, una comunidad científica *CC* y un intervalo histórico *h*:

$$ET = \langle K, I, CC, h \rangle.$$

Estos elementos se relacionan de la siguiente manera: *CC* pretende aplicar *K* a *I* durante *h*. El núcleo teórico *K* está a su vez compuesto por diferentes clases de modelos: *modelos actuales* *M*, *modelos especializados* *M_e*, *modelos potenciales* *M_p*, *modelos potenciales parciales* *M_{pp}* y ciertas ligaduras *L* que enlazan los elementos y habitualmente expresan relaciones de consistencia entre los modelos de una teoría:

$$K = \langle M, M_p, M_{pp}, M_e, L \rangle.$$

En *Una Arquitectónica para la Ciencia*, los elementos teóricos se presentan en primera instancia como ya cristalizados para un análisis sincrónico. En la segunda parte del libro se busca un análisis diacrónico introduciendo los factores correspondientes al marco histórico y la comunidad científica, en un intento por representar la evolución teórica. Aquí utilizaremos un elemento teórico simplificado:

$$ET = \langle M, M_p, M_{pp}, M_e \rangle.$$

El término «modelo» es polisémico y recibe muy diversos significados en los distintos contextos en los que se emplea (para un listado de sus diferentes usos cfr. Casanueva, 2005). Hay muchas maneras de concebir los modelos de una teoría, y debemos estar atentos pues la noción de modelo en el FCA es distinta, pero no incompatible con la noción de clase de modelo del estructuralismo metateórico. En el FCA el término refiere a un conjunto de atributos que satisfacen las implicaciones derivadas del contexto formal. La escuela estructuralista los concibe como estructuras matemáticas que contienen varios conjuntos base o dominios D_1, \dots, D_n , y una serie de relaciones o funciones f_1, \dots, f_j entre ellos, pudiendo en ocasiones destacar algunos elementos distinguidos e_1, \dots, e_k :

$$m = \langle D_1, \dots, D_n, f_1, \dots, f_j, e_1, \dots, e_k \rangle.$$

Usualmente, dentro del estructuralismo, los dominios y las relaciones o funciones que aparecen en los modelos se caracterizan en el lenguaje de la teoría informal de conjuntos (aunque pueden ocuparse otros formalismos como la teoría de categorías, o incluso presentarse sin formalizar). Una vez presentados los constituyentes de los modelos se procede a enunciar, también de manera conjuntista las constricciones o leyes de las teorías que dictan su comportamiento. Pero debemos señalar que, si en nuestra conformación de un contexto formal tomamos como unidad de estudio a los modelos, entonces encontraremos en nuestra red de conceptos ciertos nodos que correspondan con cumplir ambas condiciones. A estos nodos los llamaremos *modelos-concepto*.

El estructuralismo metateórico sigue a Tarski y entiende a los modelos como una interpretación de los términos de un cálculo que satisface los axiomas de la teoría, es decir, en la caracterización de los elementos de la tupla que conforma los modelos aparecen enunciados de interpretación que nos dicen a qué nos referimos con dichos términos, y esto implica apuntar hacia parcelas o regiones del mundo que podemos acotar tanto como queramos añadiendo atributos. Si bien puede ser que los enunciados de interpretación no son usualmente necesarios en las reconstrucciones formales, nos interesa comparar teorías que difieran en su interpretación, aunque hablen del mismo objeto. Por esta razón hemos decidido mantener los axiomas de interpretación como posible elemento de diferenciación. Por ejemplo, el tensor métrico $g_{\mu\nu}$, variable de las ecuaciones de la relatividad general, puede ser interpretado como un campo físico o como la métrica del espacio-tiempo mismo (véase Romero, 2018a). Distintas interpretaciones requieren de pruebas empíricas distintas, como lo es la detección de ciertas partículas. Poner atención a estos aspectos nos previene de conjuntar axiomatizaciones distintas. Hay que asegurarse de que estamos hablando de lo mismo.

De la misma manera, hay que estar atento a la forma en que se hacen las reconstrucciones, ya sea ascendente o descendente (aditiva o sustractiva). Estas diferencias de interpretación y forma de construcción nos han prevenido de conjuntar la clasificación de Bunge con la de Friedman.

En la práctica sucede así: uno elige ciertos modelos o clases de modelos descritos en cierta literatura como objetos de estudio que considera de antemano que cumplen con los axiomas de la teoría, y los anota en la primera columna como cabezales de los renglones de una tabla (son los *modelos-objeto*). A continuación, se identifican sus atributos (*intensión*) que corresponden a los axiomas o grupos de axiomas, y se les anota como cabezales de columnas de la tabla, viendo de no repetir ningún atributo. A conti-

nuación, se indican los atributos poseídos por los diferentes modelos-objeto y con esta información se genera el retículo mediante FCA. El modelo-concepto será el nodo tipo concepto-objeto propio del modelo-objeto que hemos propuesto. Es decir, el nodo que contenga la etiqueta del objeto en cuestión será el modelo-concepto. De manera que, si los modelos son conceptos, entonces tienen una intensión (noción de modelo usada por el FCA) y una extensión (noción de modelo usada por la concepción estructuralista). La Fig. 2 ilustra esta cuestión que nos obliga a llamar M , M_p , M_e , M_{pp} a los modelos-concepto, y señalar que los estructuralistas se han estado refiriendo a la extensión de las clases de modelos, cuando hablan de sus relaciones, y no a los modelos o clases de modelos como pares ordenados con extensión e intensión a la vez. Esto se observa también al definir las relaciones de especialización y teorización, pues se ocupa la relación \subseteq en vez de \leq que es la de orden parcial no estricto que compara pares ordenados. Esto obliga a trabajar con extensiones y no intensiones. Sin embargo, son éstas las que se enuncian en la caracterización de los modelos teóricos de la mayoría de los textos de física y en las reconstrucciones metacientíficas.

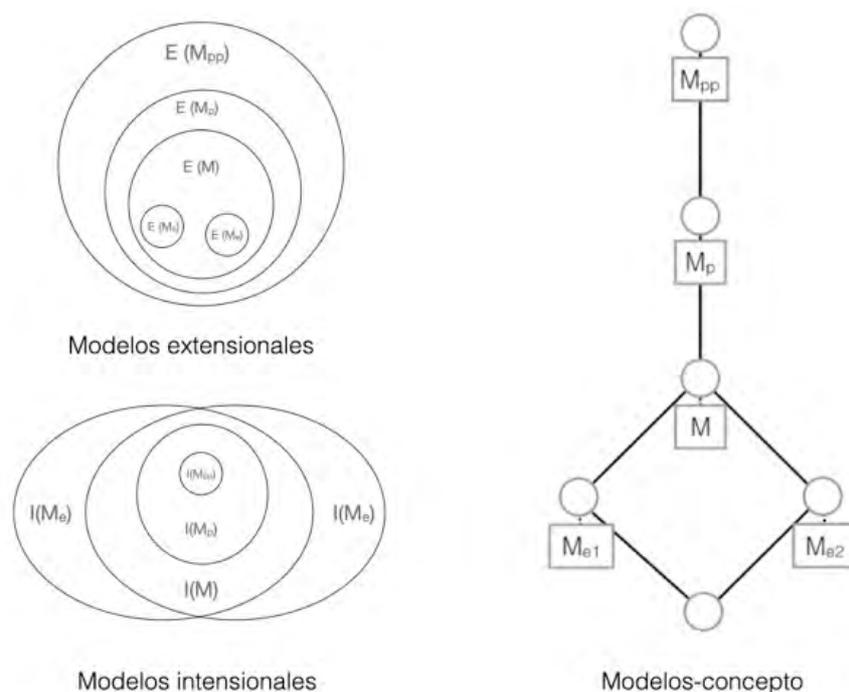


Figura 2

La intensión y la extensión de los conceptos-modelo se relacionan de forma inversa.
 A medida que se amplía la intensión se limita la extensión y viceversa.
 El látice muestra esas propiedades conjuntas.

El quinto conjunto que conforma el núcleo teórico K son las ligaduras L , que relacionan propiedades de los modelos que son preservadas conforme el sistema físico sufre cambios, como lo es la aditividad de la masa o la conservación de la energía. Por simplicidad,

estas ligaduras no siempre se toman en cuenta a la hora de analizar los modelos.³ Un elemento teórico, en esta versión simplificada, será la intensión del modelo-objeto-actual y sus modelos especializados (su extensión).

Las reconstrucciones metacientíficas que se han hecho de teorías físicas como la mecánica, la relatividad general y del espacio-tiempo (Bunge, 1967; Friedman, 1983; Balzer *et al.*, 2000, 2012; Dewar, 2018), nos han permitido identificar formalismos y elementos comunes con otras teorías que también hablan del movimiento de los cuerpos y que se encuentran descritas en textos escritos por físicos (Misner *et al.*, 1973; Will, 1993; Sotiropoulos, 2010). Hemos seguido la clasificación de Moulines (1985), que tipifica los axiomas de la siguiente manera: dominios, tipificaciones, condiciones, leyes, elementos distinguidos y agregado algunas especificaciones como distinguir entre leyes de campo, de movimiento e integrales de acción.

La intensión de los modelos está conformada en primera instancia por los axiomas o conjuntos de axiomas en los que se describen los dominios (variables o campos) con ciertas tipificaciones y de los cuáles la teoría habla. Algunos dominios, como la noción de distancia, pertenecen a lo que Bunge (1967) llamó *Protofísica*, teorías más fundamentales como la geometría física. En los retículos, tanto estas teorías presupuestas como los modelos potenciales parciales quedan ubicadas en los niveles superiores (ello es de esperarse pues poseen menos restricciones y en consecuencia son satisfechas por más objetos). Los llamados modelos potenciales incluyen en su intensión dominios propios de la física, como lo son la función de masa o el tensor de energía-momento, así como elementos distinguidos, como las constantes fundamentales. Los modelos actuales incluyen además conjuntos de enunciados legales que relacionan los dominios bajo ciertas condiciones. Los modelos especializados toman en cuenta condiciones particulares del escenario en cuestión y se localizan como subconceptos de los modelos actuales.

En Díez y Moulines (2008) y Balzer. Moulines y Sneed (2012) encontramos la relación de especialización definida a partir de la relación de inclusión entre clases de modelos:

$$T'\sigma T_{sys}, \quad M'_{pp} = M_{pp}, \quad M'_p = M, \quad M' \subseteq M, \quad GC' \subseteq GC, \quad I' \subseteq I$$

Sin embargo, aquí la definiremos a partir de la relación de desigualdad entre modelos-concepto y sin tomar en cuenta ligaduras, vínculos o aplicaciones intensionales (aunque podríamos). De manera que T' es una especialización de T si y sólo si sus modelos previos parciales coinciden y los modelos actuales y potenciales correspondientes son subconceptos unos de otros.

$$T'\sigma T_{sys}, \quad M'_{pp} = M_{pp}, \quad M'_p \leq M, \quad M' \leq M$$

Los modelos potenciales suelen coincidir, aunque en ocasiones se agregan nuevos dominios, es decir hay una teorización a la vez que una especialización. Es el caso de la Mecánica Clásica de Partículas Lorenziana (MCPL) y la Mecánica Clásica de Partículas Electrostática

³ Aquí tampoco nos ocuparemos de las aplicaciones intensionales, la comunidad científica o los datos históricos dado que estas características elevan en gran medida la complejidad de las redes obtenidas. Se sugiere por tanto hacer primeramente análisis parciales.

tica (MCPE), que se observa en la Fig. 4, al incluirse los dominios de la carga eléctrica Q , el campo magnético B y el campo eléctrico E . Las teorizaciones pueden identificarse cuando aparece un nuevo dominio o un elemento distinguido. Así sucede cuando a los modelos de geometría física les agregamos las variables de masa o energía.

4. Retículos teóricos

Una Arquitectónica para la ciencia nos proporciona los predicados conjuntistas de dieciocho modelos especializados que conforman la red teórica de la Mecánica Clásica de Partículas (MCP), y un diagrama que le representa (Fig. 3). Aquí, cada línea indica una relación de especialización, mientras que los nodos representan clases de modelos. Comparemos ahora este diagrama con el retículo obtenido mediante FCA (Fig. 4), a partir del contexto de la Tabla 1 que fue conformado apuntando cada uno de los axiomas ahí citados. Tres especializaciones no fueron incluidas por no estar expresamente formuladas en el texto: la Mecánica Clásica de Partículas Magnetostática (MCPM), la Magnetostática Coulombiana (MCPMC) y la Electroestática Coulombiana (MCPEC). El retículo resultante de la Fig. 3 es muy semejante al original, pero encontramos varias diferencias interesantes.

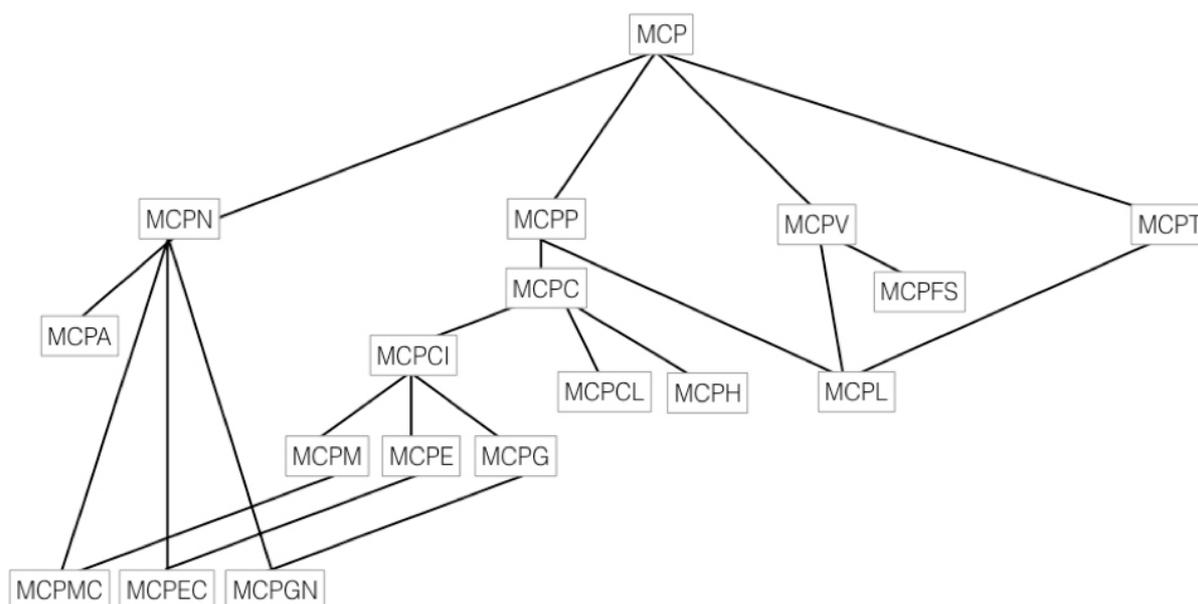


Figura 3

Red teórica de la mecánica clásica de partículas (en Balzer, Moulines y Sneed, 2012).
 Los nodos representan clases de modelos. Las relaciones se dan entre estos conjuntos.
 MCP: mecánica clásica de partículas; MCPN: newtoniana; MCPP: dependiente de la posición;
 MCPV: dependiente de la velocidad; MCPT: dependiente del tiempo; MCPA: aislada;
 MCPC: conservativa MCPCI: cuadrático inversa; MCPCL: de carga libre; MCPH: de Hooke;
 MCPM: magnética; MCPE: electrostática; MCPG: gravitacional; MCPL: de Lorentz;
 MCPMC: magnetostática coulombiana, MCPEC: electrostática coulombiana;
 MCPGN: gravitación newtoniana; MCPFS: de fricción simple.

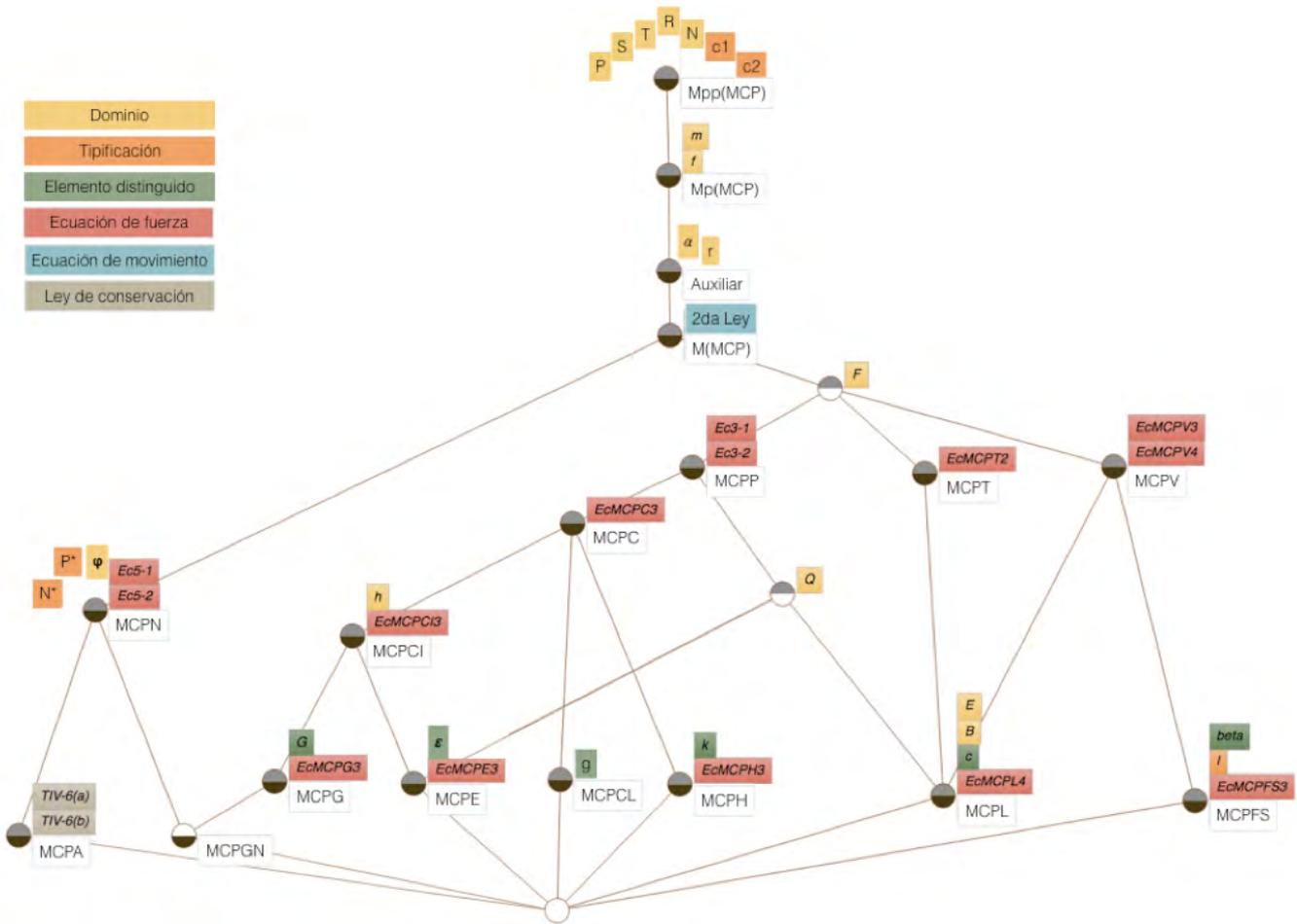


Figura 4

Retículo para la red teórica de la Mecánica Clásica de Partículas (MCP).

En donde los dominios se muestran en amarillo: P: Puntos de masa; N: Dimensión; T: puntos en el tiempo; S: puntos en el espacio; s: función de distancia; f: suma de fuerzas; m: masa; F: fuerza externa; B: campo magnético; E: campo eléctrico; Q: la carga eléctrica; h: $P \times P \rightarrow R$. En naranja se indican ciertas tipificaciones como c1 y c2 que son coordinatizaciones de P y T respectivamente.

En verde se indican los elementos distinguidos como la constante gravitacional G; g: constante de aceleración; k: constante de elasticidad; c: velocidad de la luz, e: carga eléctrica; beta: parámetro de fricción; ϵ : constante dieléctrica en el vacío.

Al igual que en la figura anterior, MCPN: mecánica clásica de partículas newtoniana;

MCPP: dependiente de la posición; MCPV: dependiente de la velocidad;

MCPT: dependiente del tiempo; MCPA: aislada; MCPC: conservativa;

MCPPI: cuadrático inversa; MCPCL: de carga libre; MCPH: de Hooke;

MCPM: magnética; MCPE: electrostática; MCPG: gravitacional; MCPL: de Lorentz;

MCPGN: gravitación newtoniana; MCPFS: de fricción simple.

Sin embargo se agregan otros, como los correspondientes al modelo potencial M_p (MCP) y al modelo potencial parcial M_{pp} (MCP), además de un concepto-objeto auxiliar.

El retículo con 21 conceptos despliega en abanico las etiquetas de los atributos, lo que permite ver cómo se están distribuyendo los axiomas. Además, incluye expresamente los M_p y M_{pp} de la MCP, mostrando la relación jerárquica entre ellos. Observamos dos nodos extra, uno correspondiente a la carga eléctrica del electrón Q , un atributo compartido tanto por la MCPE como por la MCPL; el segundo, correspondiente a las fuerzas externas, que se dan en sistemas no aislados. También observamos que en varios de ellos se agregan nuevos dominios, como los campos eléctrico y magnético, y que los elementos distinguidos aparecen con las leyes más especializadas. Al desplegarse todos los atributos, vemos fácilmente que en los modelos especializados de MCP hay una teorización, es decir se agregan nuevos dominios que no son parte del modelo potencial de MCP, es decir, $M'_p \leq M_p$. Finalmente observamos la presencia del nodo ínfimo en el retículo, que no corresponde a ningún nodo en la red teórica. El nodo ínfimo representaría el concepto que contiene todos los atributos del retículo, pero con extensión vacía. No tiene etiqueta de objeto alguno pues no hay ningún modelo que le represente. Sin embargo, se le conserva pues funciona como artificio matemático en el cálculo de las propiedades del retículo. En suma, el FCA replica aceptablemente las redes teóricas estructuralistas proporcionando un sistema automatizado de análisis que va más allá de tratar contextos extensos, sino de aplicar toda una serie de cálculos y algoritmos que proporcionen más información sobre los retículos obtenidos.

Descartando la falsa dicotomía entre términos teóricos y términos observacionales por no ser complementaria y por dar una definición insatisfactoria del término teórico a partir de la negación de observabilidad, el estructuralismo resalta la distinción entre términos teóricos en una teoría y términos no teóricos en una teoría. Como veremos, ésta es una característica que se puede identificar en los retículos teóricos.

Adriana Gonzalo (2012), ha señalado los múltiples criterios de teoriedad que se han propuesto en el estructuralismo. La teoría del significado contextual se basa en consideraciones puramente semánticas y en términos fregeanos del sentido. El sentido de un término como aquello que determina la referencia o la extensión, al menos en parte. Si el método de determinación de la extensión de un término o concepto descansa en un axioma de la teoría, entonces será un término teórico. La experiencia muestra que los términos de las teorías axiomatizadas cuentan con dicha condición, por lo que todos ellos son, de una u otra manera, términos teóricos.

En nuestro caso, la condición teórica se refleja en la posición del término en la red, ya sea que se ubique como atributo del modelo actual o de los modelos previos. En este caso, los términos referentes al tiempo, el espacio y la función de distancia son no teóricos al modelo actual, por lo que aparecen en los niveles superiores, en M_{pp} (MCP). En la figura 6, las nociones de tensor métrico, conexión métrica y escalar de Ricci son previas a la Relatividad General (GR) pues se ubican arriba del modelo correspondiente al espacio-tiempo «semi-riemanniano». En cambio, la noción de campo gravitacional ϕ aparece como propia de la teoría de fuerza gravitatoria en un espacio-tiempo galileano por encontrarse este atributo formando parte del concepto-objeto «fuerza gravitatoria». Nuevamente, esta condición puede cambiar si se cambia el contexto, por ejemplo, si se agregan modelos previos que utilizan cierto término, dicho término pasará a ser no-teórico de $M(T)$, por lo que es importante tener contextos lo más completos posibles. Por otro lado, como argumentan Ginnobili y Carman (2016), la distinción de T-teoriedad no debe confundirse con la de T-explicatividad, que caracteriza el papel

de los términos T-teóricos en las aplicaciones intencionales. Nuevamente, éstas no han sido consideradas en este estudio.

La metodología del FCA puede ser aplicada, siguiendo el programa estructuralista, en otros campos de la ciencia formalmente axiomatizados. Es esa condición la que puede funcionar como punto de partida para una prueba de concepto. Es decir, debemos asegurar de alguna manera que los contextos están bien conformados. Para empezar, confiamos en nuestras fuentes, ya que es tarea de los filósofos de la ciencia reconstruir teorías, y tarea de los físicos teóricos probar la base de las implicaciones derivadas de estos contextos. Sin embargo, es nuestro trabajo como investigadores presentar un contexto formal inicial que pueda ser explorado y discutido de maneras interesantes para aproximarnos a un contexto cerrado. La exploración de atributos y objetos es necesaria para incorporar más teorías.

Para ampliar el contexto con más de un puñado de teorías e incluir teorías alternativas de reciente creación, fue necesario tener todas las axiomatizaciones escritas en el mismo formalismo y notación científica. Se eligió el formalismo lagrangiano y la notación tensorial libre de coordenadas, propia de la geometría diferencial. Esta notación permite una representación covariante en una variedad 4D, incluida la Mecánica de Newton (Havas, 1964). Solo en las representaciones covariantes es que encontramos clases de modelos bien definidos que son independientes de nuestro sistema de coordenadas (Friedman, 1983). Dados el formalismo, la notación y las condiciones para plantear todas las teorías bajo una misma topología continua y diferenciable del espacio-tiempo, las diferencias se manifiestan al suponer ciertas condiciones geométricas del espacio-tiempo, ya sea su curvatura o su afinidad, torsión, etc. así como cierta clase de entidades físicas. Esto lleva en la mayoría de los casos a obtener ecuaciones de campo y de movimiento distintas (el caso de la gravitación *à la* Palatini y la relatividad general es una excepción). En tanto se tengan elementos en común, los modelos son contrastables. En el caso de los retículos teóricos, la inconmensurabilidad solo se da entre modelos que no comparten ningún atributo. La noción de inconmensurabilidad puede tratarse en el FCA mediante el cálculo del índice de separación y el cálculo de la diferencia de significados.

El índice de separación está definido en Klimushkin *et al.* (2010), por el producto del número de atributos por el número de objetos, entre la suma del número de intensiones de cada objeto de B , más la suma de las extensiones de cada atributo de A , menos el producto del número de atributos por el número de objetos.

$$s\langle B, A \rangle = \frac{|B||A|}{\sum_{g \in B} |g'| + \sum_{m \in A} |m'| - |B||A|}$$

Este índice se calcula para cada concepto del contexto y se utiliza para filtrar conceptos «ruidosos», en particular en contextos muy extensos. Cuando el índice resulta ser igual a 1, no existen atributos en común entre los objetos de B y los demás objetos de G , y no existen más objetos que posean los atributos de A . Es decir, el concepto es independiente de los demás conceptos del contexto. Esta metodología puede ser aplicada junto con otros índices, como el de estabilidad y el de probabilidad conceptual, que permite seleccionar conceptos interesantes en retículos grandes.

Si comparamos dos teorías (o modelos) T_1 y T_2 que junto con sus atributos conforman un contexto y suponemos que $T_1' \cap T_2' = \emptyset$, es decir, que no comparten ningún atributo, encontraremos que su índice de separación es igual a uno y podremos decir que las teorías son inconmensurables. Sin embargo, es probable que una exploración de objetos y atributos que busque rastrear los fundamentos en común de estas dos teorías encuentre atributos en común en forma de supuestos matemáticos, lógicos, y otros muy elementales. Estos atributos aparecerán en la parte superior del retículo, a la vez que se amplía la intensión de las teorías en el contexto. Mientras se incluyan en la lista, existirán atributos en común a ambas cosmovisiones que resaltarán como fundamentales. Por otro lado, puede haber teorías inconmensurables cuyo índice de separación sea distinto de 1. Esto depende de la noción de inconmensurabilidad que se tenga.

En la concepción sintética de Bunge (2012)⁴ la diferencia de significado de dos conceptos o teorías está dada por el par ordenado de las diferencias en la referencia y el sentido, donde:

$$\delta_M(T_1, T_2) = \langle \delta_R(T_1, T_2), \delta_S(T_1, T_2) \rangle,$$

$$\delta_R(T_1, T_2) = R(T_1) \Delta R(T_2),$$

$$\delta_S(T_1, T_2) = S(T_1) \Delta S(T_2),$$

y el operador Δ es la diferencia simétrica:

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B).$$

Es fácil ver que si la intersección de los sentidos y las referencias es el conjunto vacío entonces la diferencia en el significado corresponde a la unión de sus partes, la cual es máxima:

$$\delta_M(T_1, T_2) = \langle R(T_1) \cup R(T_2), S(T_1) \cup S(T_2) \rangle.$$

En el caso de teorías bien formalizadas y axiomatizadas, podemos sustituir el sentido por la intensión y la referencia por la extensión.

⁴ Véase también Romero (2018).

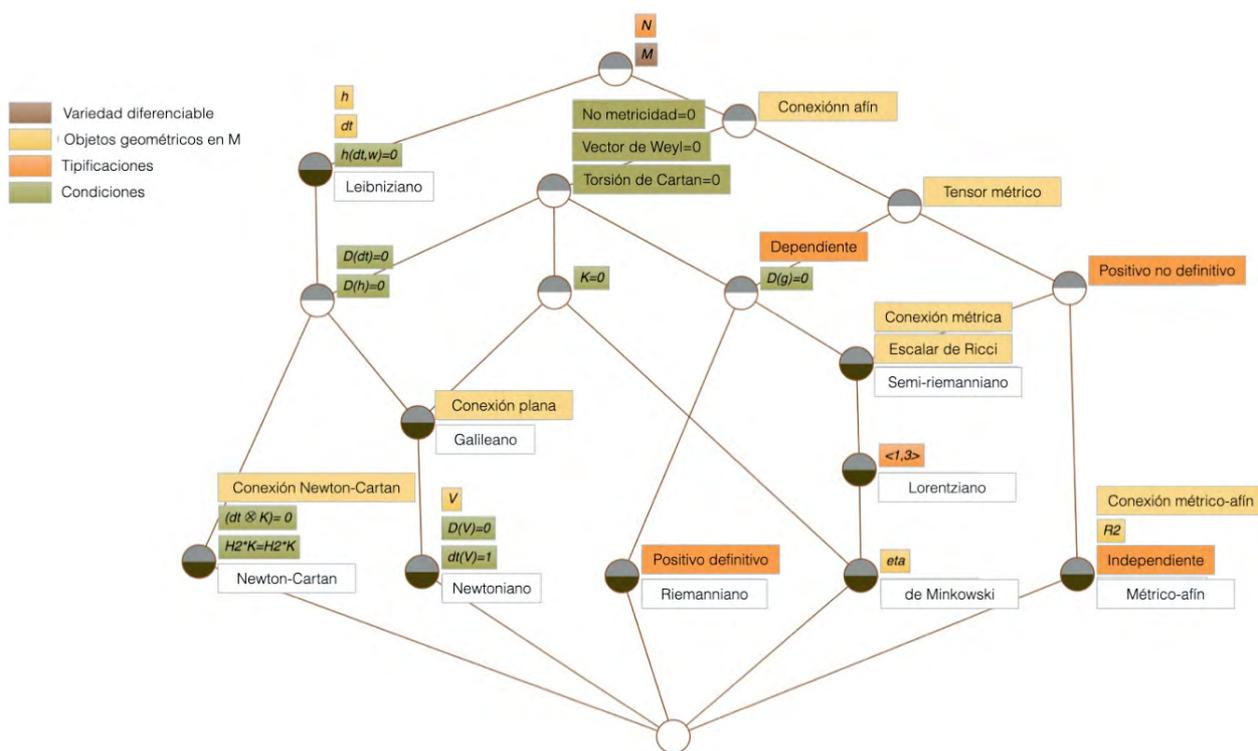


Figura 5

Retículo punta del iceberg de las teorías del espacio-tiempo.

Foundations of Space-Time Theories de Michael Friedman funcionó como una piedra Rosetta, proporcionando modelos actuales en dos notaciones (coordenada dependiente e independiente) para ocho teorías físicas: Cinemática en el espacio absoluto, relatividad galileana, fuerza gravitacional, gravitación en el espacio-tiempo curvo, relatividad especial, relatividad general y la electrodinámica clásica en dos versiones (que no se incluyeron en el contexto formal). El modelo para el espacio y tiempo leibniziano y otros espacio-tiempos interesantes que no se incluyeron en esta ocasión como el espacio-tiempo maxwelliano, fueron proporcionados por Dewar (2018). La misma notación se encontró en la clasificación de teorías métricas de C. Will, desarrolladas principalmente en los años 70; y la clasificación de Sotiriou y Faraoni (2010), que permitió la inclusión de teorías $f(R)^5$ y teorías afines.⁶ Una última exploración de atributos se llevó a cabo para incluir algunas teorías extendidas de la gravitación (Carranza *et al.*, 2012; Mendoza *et al.*, 2012; Barrientos *et al.*, 2016, 2018a, 2018b), que toman en consideración el parámetro de aceleración de Milgrom como una nueva constante fundamental (Bernal *et al.*, 2011). Se recomienda consultar estos textos, ya que no es el propósito de este artículo dar una explicación detallada de los atributos

⁵ Teorías en donde el lagrangiano es una función del escalar de Ricci.

⁶ Teorías en donde la acción es dependiente tanto del tensor métrico como de la conexión afín, de forma independiente.

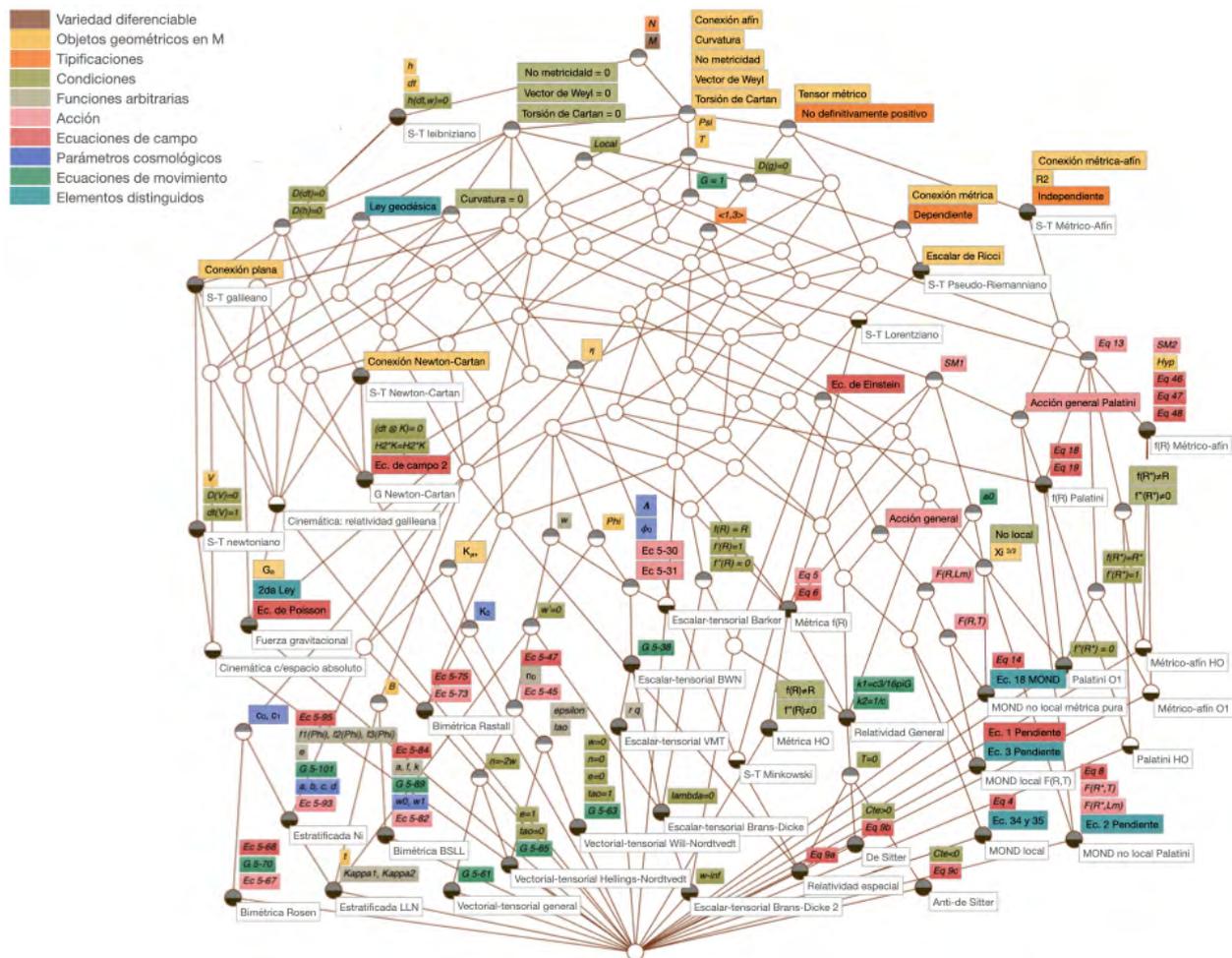


Figura 7

Retículo holón que relaciona 44 clases de modelos actuales de teorías gravitatorias y del espacio-tiempo.

Gracias al uso de un mismo formalismo y notación hemos podido construir un contexto formal de grandes dimensiones que funciona como una especie de repositorio donde se van incluyendo más y más teorías que cumplen con los criterios establecidos, de manera que sean compatibles. Por su gran tamaño y la capacidad de incluir teorías que se van alejando de lo que sería una teoría gravitatoria (podrían incluirse teorías electromagnéticas, por ejemplo) hemos optado por llamar al retículo resultante un holón de teorías. Esta noción está en sintonía con el uso que propone A. Koestler en *The Ghost in the Machine* (1967), donde acuña el término para señalar que todo está compuesto por partes, en este caso, de modelos, elementos teóricos y redes teóricas. Los estructuralistas también utilizan el término holón teórico. En *Una Arquitectónica para la ciencia* el «holón teórico» está definido «para conjuntos de elementos teóricos que están relacionados por medio de vínculos interteóricos arbitrarios» (Balzer *et al.*, 2000 p. 453). Dichos vínculos pueden ser de especialización, teorización, reducción, equivalencia, así como combinaciones de los mismos, mientras cum-

plan con ciertos requisitos ahí expresados. En ese sentido, al construir redes interteóricas mediante una relación jerárquica o de cobertura, la cual cumple con los requisitos mínimos, como el ser de orden parcial y transitiva, podemos decir que estamos construyendo un holón teórico, aclarando que hay distintos tipos de holones según la relación que se ocupe.

El holón comprende unas 44 teorías y muestra patrones que invitan a una cierta comprensión de la estructura y desarrollo del campo. En todas las redes, los atributos más generales se ubican en los nodos superiores, es decir, las propiedades topológicas como la variedad diferencial de 4D, que se encuentra en el nodo superior. El siguiente nivel lo ocupan los objetos geométricos como el tensor métrico, la conexión afín y sus características y condiciones específicas como la dependencia de las ecuaciones de la conexión afín o el valor del tensor de torsión y el tensor de curvatura. Las propiedades físicas aparecen en los niveles inferiores, donde se ubican los modelos actuales. Los modelos especializados, como la relatividad especial, se ubican debajo de los modelos actuales y se acompañan de algunas restricciones a su dominio y codominio en un modo sustractivo, como lo sugirió Klein (1872) en su Programa de Erlangen, cuando buscó ordenar de forma sistemática las muchas geometrías que habían proliferado durante el siglo XIX. Esto es, sobre-describir los objetos geométricos y luego imponer restricciones al decidir qué partes de la descripción son geoméricamente reales. Es el caso del requisito que la teoría de relatividad restringida pide sobre el tensor de curvatura, que éste sea igual a cero. La postura de Klein es opuesta a la de Riemann quien proponía iniciar con una noción de espacio muy empobrecida para luego ir dotándola de propiedades geométricas «haciendo un esfuerzo por asegurar que todas sus estructuras tuvieran un significado geométrico» (Norton, 1999, p. 130; Espinosa, 2022).⁷

También se aprecia cierta parsimonia, ya que se puede notar que las teorías más antiguas están en el lado izquierdo, lejos de las propuestas más recientes. No se trata solo de un acomodo temporal estético o comunicativo provisto por el visualizador, se trata de teorías con características comunes que tienen un camino más corto entre ellas, y de ideas que se exploran a medida que se presentan y se desarrollan y no de manera aleatoria, caótica o espontánea. Las clases de modelos se identifican fácilmente, aunque se encuentran nodos a los que les pudiera faltar una identificación. Ese es el caso, por ejemplo, del espacio-tiempo donde conviven las teorías bimétricas y estratificadas, pues no está definido explícitamente. Hay algunos nodos claramente relevantes que deberían identificarse mejor. Los nodos no etiquetados pueden señalar nociones no aclaradas o teoremas y son invitaciones a una mayor exploración.

Tres visualizaciones más se basan en el libro *Foundations of Physics* de Mario Bunge, donde podemos encontrar la axiomatización de varias teorías físicas, incluyendo la primera axiomatización formal de la relatividad general. Aquí introduce la noción de *Protofísica* como el conjunto de principios muy generales y teorías parciales que son comunes a muchos campos de la física (véase también Moulines, 1982); principios como la continuidad espacio-temporal, la indiferencia material o la antecendencia, así

⁷ En el caso del holón, la sobre-descripción se da al plantear una conexión afín muy general con 64 componentes de los que podemos identificar varias partes o características: un tensor de curvatura, un tensor de Weyl, la torsión de Cartan y la no metricidad $\langle \Gamma_{ij}^k \rangle$. Al igualar estos atributos a cero nos restringimos a una conexión plana. Al permitir que el tensor de curvatura sea distinto de cero, obtenemos una conexión métrica.

como los principios de invarianza. Proporciona también una tabla que sirvió para representar las diferencias entre las teorías newtoniana, lagrangiana y hamiltoniana en el retículo denominado *Dinámica Analítica*, las cuales pueden ser presentadas sin interpretación como marcos generales para diferentes campos. Por ejemplo, además de interpretarse como la diferencia entre energía cinética y potencial, el lagrangiano puede interpretarse como ecuaciones de transferencia en redes eléctricas o como ecuaciones de dinámica de poblaciones.

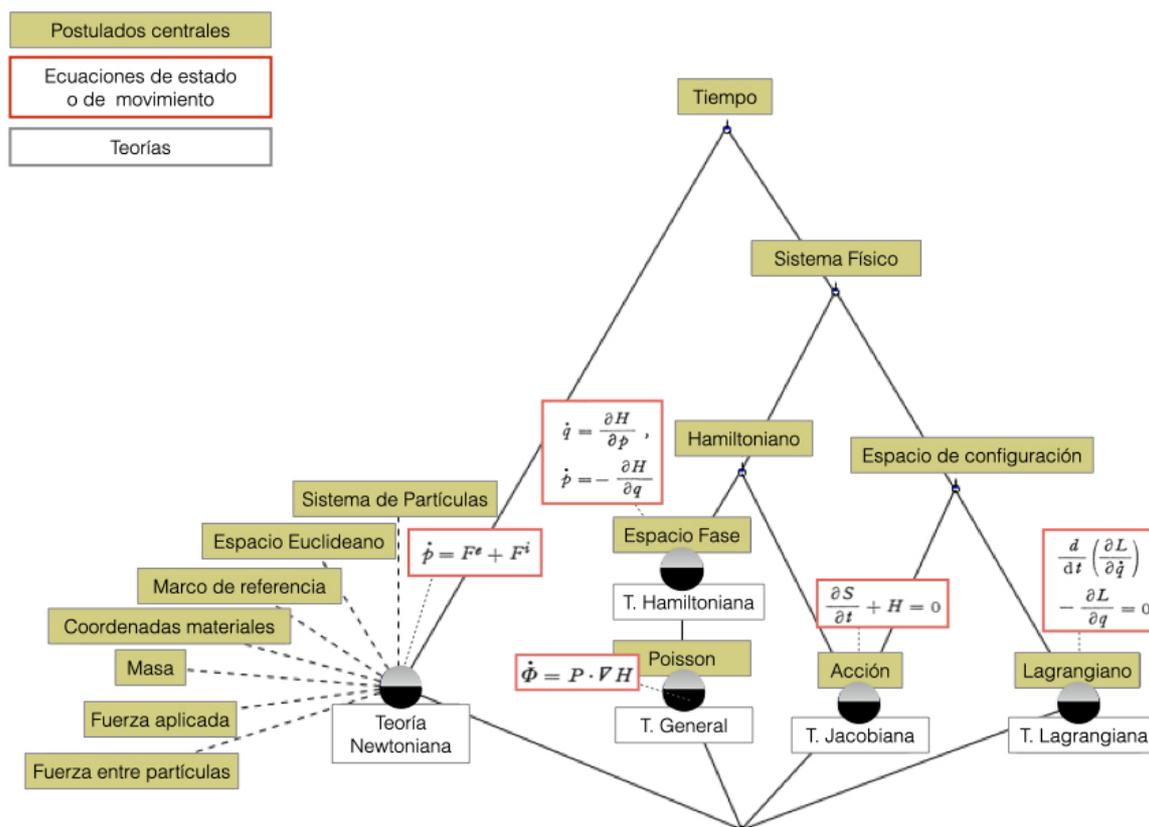


Figura 8

Retículo conceptual que compara las teorías de dinámica analítica y la teoría newtoniana. Datos obtenidos de Bunge (1967).

5. Conclusiones

El *Space-Time Theories Exploratorium* incluye al momento diez visualizaciones: nueve retículos de conceptos de diferentes grupos de teorías y un enlace al *Manzano de la Gravedad* que se describe en Espinosa (2015). La representación visual de las redes permite apreciar la ubicación de unos elementos con respecto a otros, ya sea objetos o atributos. Los modelos previos y potenciales y los atributos más generales se encuentran en las partes superiores, mientras que los especializados se encuentran en las inferiores. Hay una jerarquía de con-

ceptos. También permite ubicar grupos de teorías: métricas, no métricas, $f(R)$, teorías tipo métrico-afín, etc. Así como identificar teorías que cumplen con alguna característica particular como sería seguir una ley geodésica, tener una curvatura plana o poseer un tensor de energía-momento.

El holón también nos muestra que hay cierto ordenamiento horizontal. Los nodos y especial los nodos correspondientes a los modelos no se acomodan de forma arbitraria, hay cierta lógica que además parece estar correlacionada con la temporalidad y la parsimonia. Es decir, las teorías se van generando al hacer pequeños cambios, pequeñas modificaciones. Así, las teorías galileanas y newtonianas se encuentran más cercanas, ubicadas del lado izquierdo, enseguida las teorías métricas estratificadas y bimétricas que aparecen más cercanas, tanto en el tiempo como en el gráfico, luego las escalares-vectoriales-tensoriales, mientras que las métrico afín y las extendidas, que son más recientes, aparecen del lado derecho. Esto está dado no sólo por la astucia del visualizador, también por la directriz del FCA de intentar en la representación gráfica de tener los menos cruces de líneas posibles con el fin de aumentar la claridad, así como por la separación conceptual de las teorías en sí. También es posible hacer cálculos proporcionados por la teoría del FCA como lo es el índice de separación conceptual, la estabilidad conceptual, la probabilidad conceptual, obtener implicaciones y asociaciones que deben ser evaluadas por los expertos, lo que se traduce tanto en ejercicios de comprobación como de exploración para encontrar posibles errores, más atributos relevantes y para ampliar el contexto en busca de una cerradura. Aquí, un contexto cerrado sería uno que ya no admitiera más opciones, más objetos (más modelos actuales) o más atributos. Esto no sucede tan fácilmente, pero nos puede acercar asintóticamente a la cerradura. Hay casos estudiados, sobre todo en matemáticas de contextos cerrados donde ya no caben más posibilidades, dadas ciertas especificaciones del contexto. Estudiosos de las teorías alternativas de la gravitación y los fundamentos de la física pueden beneficiarse al ubicar sus modelos en las ramas adecuadas de su campo y situarse dentro de los múltiples caminos ya explorados. De cara al futuro, este proyecto puede considerar contextos formales colaborativos que extiendan más aún el dominio de teorías físicas. Pueden considerarse modelos más especializados, como modelos cosmológicos, y otras teorías alternativas como las teorías no métricas de Weyl y Cartan, la teoría de cuerdas, la gravedad conforme, etc. Es más, urgimos a representar las tantísimas reconstrucciones que ha trabajado la familia estructuralista mediante estas visualizaciones reticulares, con el fin de conformar un gran mapa teórico.

Agradecimientos

Agradecemos a Diego Méndez, Sergio Mendoza, Hernán Miguel y Atocha Aliseda por su lectura y revisión de los resultados finales del trabajo de investigación, así como a Arturo Espinosa quien apoyó con la programación de las visualizaciones interactivas. Este trabajo participa del proyecto PICT-201803454 de la ANPCyT, Argentina.

REFERENCIAS

- Ainsworth, S., Prain, V., & Tytler, R. (2011). Drawing to learn in science. *Science*, 333(6046), 1096-1097.
- Balzer W., Moulines C., & Sneed, J. (2000). *Structuralist knowledge representation: paradigmatic examples*. Amsterdam: Rodopi.
- Balzer W., Moulines C., & Sneed, J. (2012). *Una arquitectónica para la ciencia: el programa estructuralista*. Bernal: Universidad Nacional de Quilmes.
- Barrientos, E., & Mendoza, S. (2016). A relativistic description of MOND using the Palatini formalism in an extended metric theory of gravity. *The European Physical Journal Plus*, 131(10). doi: 10.1140/epjp/i2016-16367-0
- Barrientos, E., Lobo, F., Mendoza, S., Olmo, G., & Rubiera-Garcia, D. (2018). Metric-affine $f(R,T)$ theories of gravity and their applications. *Phys. Rev. D*, 97, 104041. doi: 10.1103/PhysRevD.97.104041
- Barrientos, E., & Mendoza, S. (2018). MOND as the weak field limit of an extended metric theory of gravity with a matter-curvature coupling. *Phys. Rev. D*, 98, 084033. doi: 10.1103/PhysRevD.98.084033
- Bernal, T., Capozziello, S., Cristofano, G., & de Laurentis, M. (2011). MOND's Acceleration Scale as a Fundamental Quantity. *Modern Physics Letters A*, 26, 2677–2687. doi: 10.1142/S0217732311037042
- Bunge, M. (1967). *Foundations of physics*. New York: Springer.
- Bunge, M. (2009). *Tratado de filosofía. vol. II: semántica II : interpretación y verdad*. Barcelona: Editorial Gedisa.
- Carpineto, C., & Romano, G. (2004). *Concept data analysis: theory and applications*. John Wiley & Sons.
- Carranza, D., Mendoza, S., & Torres, L. (2013). A cosmological dust model with extended $f(\chi)$ gravity. *European Physical Journal C*, 73, 2282.
- Casanueva, M. (2005). Los modelos en la filosofía de la ciencia del siglo xx. En A. López Austin (comp.), *El modelo en la ciencia y la cultura* (pp. 29-53). México: Siglo XXI.
- Casanueva, M. (2016). Diagramas y esquemas en y sobre la genética mendeliana. *Metatheoria*, 8(1), 83–93.
- Dewar, N. (2018). Maxwell gravitation. *Philosophy of Science*, 85(2), 249–270.
- Diez J., & Moulines, C. (2008). *Fundamentos de filosofía de la ciencia*. Madrid: Ariel.
- Espinosa, M. (2015). The gravity apple tree. *Journal of Physics: Conference Series*, 600(1), 012050.
- Espinosa, M. (2022). *Visualizaciones de redes conceptuales de teorías del espacio-tiempo y la gravitación, mediante el análisis de conceptos formales*. Tesis doctoral, Universidad Autónoma Metropolitana.
- Friedman, M. (1983). *Foundations of space-time theories: relativistic physics and philosophy of science*. Princeton: Princeton University Press.
- Ganter, B., & Wille R. (1999). *Formal concept analysis: mathematical foundations*. Berlin, Heidelberg: Springer. doi: 10.1007/978-3-642-59830-2.
- Ganter B., Stumme G., & Wille R. (2005). *Formal Concept Analysis: Foundations and Applications. Lecture Notes in Artificial Intelligence, vol. 3626*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Ginnobili, S., & Carman, C. (2016). Explicar y contrastar. *Crítica*, 48(142), 57-86.
- Gonzalo, A. (2012). La distinción entre términos T-teóricos y T-no-teóricos. *Compromisos ontosemánticos. Stoa*, 3(5), 13-35.
- Havas, P. (1964). Four-dimensional formulations of Newtonian mechanics and their relation to the special and the general theory of relativity. *Reviews of Modern Physics*, 36(4), 938.
- Jones, N. (2014). Bowtie structures, pathway diagrams, and topological explanation. *Erkenntnis*, 79(5), 1135-1155.
- Klimushkin, M., Obiedkov, S., & Roth, C. (2010). Approaches to the Selection of Relevant Concepts in the Case of Noisy Data. In *Proceedings of the 8th International Conference (ICFCA)* (pp. 255–266). Heidelberg: Springer.
- Koestler, A. (1989). *The ghost in the machine*. London: Arkana.
- Kozma, R. (2003). The material features of multiple representations and their cognitive and social affordances for science understanding. *Learning and Instruction*, 13(2), 205-226.

- Larkin, J., & Simon, H. (1987). Why a diagram is (sometimes) worth ten thousand words. *Cognitive Science*, 11(1), 65-100.
- Méndez, D., & Casanueva, M. (2012). Representación de dominios teóricos mediante retículos: el dominio de la herencia biológica durante el periodo 1865-1902. *Agora, Papeles de Filosofía*, 31(2), 109-141.
- Mendoza, S., Bernal, T., Hidalgo, J. C., & Capozziello, S. (2012). MOND as the weak-field limit of an extended metric theory of gravity. *AIP Conference Proceedings*, 1 (1458), 483-486.
- Misner, C., Thorne K., & Wheeler J. (1973). *Gravitation*. San Francisco: W. H. Freeman and Co.
- Moulines, C. (1982). A study in protophysics. In J. Agassi and R. S. Cohen (eds.), *Scientific Philosophy Today: Essays in Honor of Mario Bunge* (pp. 207-224). Dordrecht: Springer.
- Moulines, C. (1982a). *Exploraciones metacientíficas*. Madrid: Alianza Editorial.
- Moulines, C. (1985). Tipología axiomática de las teorías empíricas. *Crítica: Revista Hispanoamericana de Filosofía*, 17(51), 41-69.
- Norton, J. D. (1999). Geometries in collision: Einstein, Klein and Riemann. In J. Gray (ed.), *The symbolic universe* (pp. 128-144). Oxford: Oxford University Press.
- Romero, G.E. (2018a). Mario Bunge on gravitational waves and the reality of spacetime. *Foundations of Science*, 23, 405-409.
- Romero, G. (2018b). *Scientific philosophy*. Cham: Springer.
- Sneed, J. D. (1971). *The logical structure of mathematical physics*. Dordrecht: Springer.
- Sotiriou T., & Faraoni, V. (2010). $f(r)$ theories of gravity. *Reviews of Modern Physics*, 82, 451-497.
- Stjernfelt, F. (2007). *Diagrammatology: An investigation on the borderlines of phenomenology, ontology, and semiotics*. Dordrecht: Springer Netherlands.
- Will, C. (1993). *Theory and experiment in gravitational physics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wille, R. (1982). Restructuring lattice theory: An approach based on hierarchies of concepts. In I. Rival (ed.), *Ordered Sets* (pp. 445-470). Dordrecht: Springer.
- Wille, R. (1996). Restructuring mathematical logic: An approach based on Peirce's pragmatism. In A. Ursini and P. Agliano (eds.), *Logic and algebra* (pp. 267-281). New York: Marcel Dekker.
- Weisstein, E., & Ford, I. (2016). The semantic representation of pure mathematics, <https://blog.wolfram.com/2016/12/22/the-semantic-representation-of-pure-mathematics/>.

MARIANA ESPINOSA cuenta con un Doctorado en Ciencias Sociales y Humanidades por la Universidad Autónoma Metropolitana-Unidad Cuajimalpa, una Maestría en Filosofía y Comunicación de la Ciencia por el IIF-UNAM y una licenciatura en Física por la Facultad de Ciencias UNAM. Está interesada en la comunicación y filosofía de la física, el espacio-tiempo, la cosmología, astronomía y gravitación, a través de imágenes, grafos y visualizaciones de datos.

DIRECCIÓN: REMO/Departamento de Humanidades, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Cuajimalpa, Vasco de Quiroga 4871, Contadero, Cuajimalpa de Morelos, 05348 Ciudad de México, CDMX. E-mail: mariana.espinosa.aldama@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8934-375X>

MARIO CASANUEVA es profesor investigador del Departamento de Humanidades de la Universidad Autónoma Metropolitana-Unidad Cuajimalpa, cuenta con un doctorado en Filosofía de la Ciencia por la Universidad Autónoma de Barcelona, España. Biólogo de formación, es especialista en historia y filosofía de la Biología. Su trabajo ha versado sobre relaciones interteóricas y diversas reconstrucciones de corte estructuralista. Ha desarrollado propuestas en diagramática y representación de teorías científicas.

DIRECCIÓN: Phibio/REMO/Departamento de Humanidades, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Cuajimalpa, Vasco de Quiroga 4871, Contadero, Cuajimalpa de Morelos, 05348 Ciudad de México, CDMX. E-mail: mario.casanueva@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-6859-3231>